Capítulo 1

Decisiones y Preferencias: Solucionario

1. Mateo Cratico y Carmen Tirosa se encuentran en el mercado donde hacen sus compras de los bienes 1 y 2. La función de utilidad de Mateo Cratico es $U = X_1^2 X_2$, y se sabe que está maximizando su utilidad adquiriendo la combinación de bienes $X_1 = 14$ y $X_2 = 6$. Carmen Tirosa tiene preferencias regulares y sabemos que ha escogido una combinación de bienes donde la pendiente de su curva de indiferencia es igual a -2. ¿Está maximizando utilidad? (BÁSICO).

   Como la función de utilidad de Mateo es del tipo Cobb Douglas y ha elegido la combinación (14, 6), entonces se debe cumplir que la pendiente de la curva de indiferencia que maximiza su utilidad, es igual a la pendiente de la recta de presupuesto. La pendiente de la curva de indiferencia en la combinación (14, 6) está dada por $\frac{2X_2}{X_1} = \frac{12}{14} = 0{,}86 = \frac{P_1}{P_2}$. *En consecuencia, una unidad del bien 1 en el mercado se puede intercambiar por 0,86 unidades del bien 2.*

   Pero en el caso de Carmen Tirosa, que también tiene preferencias regulares, la pendiente de su curva de indiferencia en la combinación de bienes que ha elegido (X_1, X_2) *, es igual a 2. Es decir, Carmen está dispuesta a sacrificar 2 unidades del bien 2 para tener a cambio una unidad adicional del bien 1, pero en el mercado sólo es necesario entregar 0,86. En consecuencia, Carmen valora exageradamente el bien 2 y para maximizar su utilidad debe sustituir unidades del bien 2 por unidades del bien 1 hasta que alcance una curva de indiferencia más alta donde la pendiente sea igual a 2.*

2. Comente: Entre aplicar un impuesto a los bienes o un impuesto sobre el ingreso de los consumidores, el gobierno puede preferir la segunda alternativa si considera que la inflación es políticamente inconveniente. (BÁSICO)

   Dada la recta de presupuesto $m = P_1X_1 + P_2X_2$, *un impuesto de t% sobre todos los bienes se representa como* $m = P_1(1+t)X_1 + P_2\left(1+t\right)X_2$, *o, lo que es lo mismo:* $\frac{m}{(1+t)} = P_1X_1 + P_2X_2$ *En consecuencia, para el gobierno es equivalente un impuesto sobre los ingresos que un impuesto aplicado a los bienes. En ambos casos la recta de presupuesto se desplaza a la izquierda paralelamente a sí misma. Si la percepción es que la inflación es políticamente inconveniente, es preferible aplicar un impuesto a los ingresos que genera el mismo resultado.*

3. ClaroStar el operador de telefonía fija, acaba de lanzar una oferta para sus clientes. Les ofrece un descuento del 50% del precio a cambio de un derecho de inscripción de 100 nuevos soles, siempre que su consumo no sea mayor a 2000 minutos. Para minutos adicionales el precio sería de 0.1 nuevos soles. Si Ud. cuenta con un ingreso disponible de 1000 nuevos soles, para hacer llamadas telefónicas y para adquirir el resto de otros bienes, ¿tomaría la oferta? ¿Por qué? (INTERMEDIO)

Si el consumidor se decide por la oferta, tendría que pagar 100 nuevos soles por el derecho y comprar minutos de llamadas al precio de 0,05 nuevos soles. Si compra 2000 minutos, el costo sería 2000,05 + 100=200 nuevos soles. Y si no toma la oferta y compra 2000 minutos el costo sería 2000*,10=200 nuevos soles. Es decir, si compra el máximo de minutos de la oferta la rebaja se anula con el derecho de inscripción. Si compra más de los 2000 minutos de la oferta, el adicional no tiene descuento alguno. Y si compra menos de los 2000 minutos de la oferta, el costo sin oferta es menor al costo con oferta. Por ejemplo, si compra 1999 minutos con oferta, el costo sería 1999*,05+100=199,95. Pero si compra sin la oferta el costo sería 1999*,1=199,90.*

Para que la oferta tenga sentido, el operador ClaroStar debería incrementar la cobertura de las llamadas con descuento. Si se ofertan 3000 minutos, el costo con oferta sería 3000,05+100=250. Mientras que el costo sin oferta sería de 3000*,10=300 nuevos soles. Y aún en este caso, la ventaja existiría sólo para los consumidores que están dispuestos a comprar dentro de la cobertura de llamadas.*

Más apropiado sería invertir el orden del descuento. En lugar de hacer un descuento por las primeras llamadas, se debería hacer un descuento por el exceso de llamadas. De esta manera se estimula un mayor consumo. En este caso la recta de presupuesto tendría, de nuevo dos tramos, pero ahora invertidos. En el primer tramo la pendiente sería mayor que en el segundo tramo. Mientras que en el problema que se analiza aquí, el primer tramo es de menor pendiente que el segundo tramo.

4. Un consumidor tiene como función de utilidad $U = X_1 X_2^2$, y se enfrenta a los precios $P_1 = 10$ y $P_2 = 20$ con un ingreso $m = 180$. Si se le ofrecen cuatro unidades juntas del bien 1 por un sólo pago de 20 nuevos soles, ¿debe aceptar? ¿por qué? (INTERMEDIO)

Sin la oferta, la combinación óptima sería aquella que cumpla las siguientes condiciones:

TSC = TOC (La tasa subjetiva de cambio debe ser igual a la tasa objetiva de cambio. La TSC es la pendiente de la curva de indiferencia y la TOC es la pendiente de la recta de presupuesto).

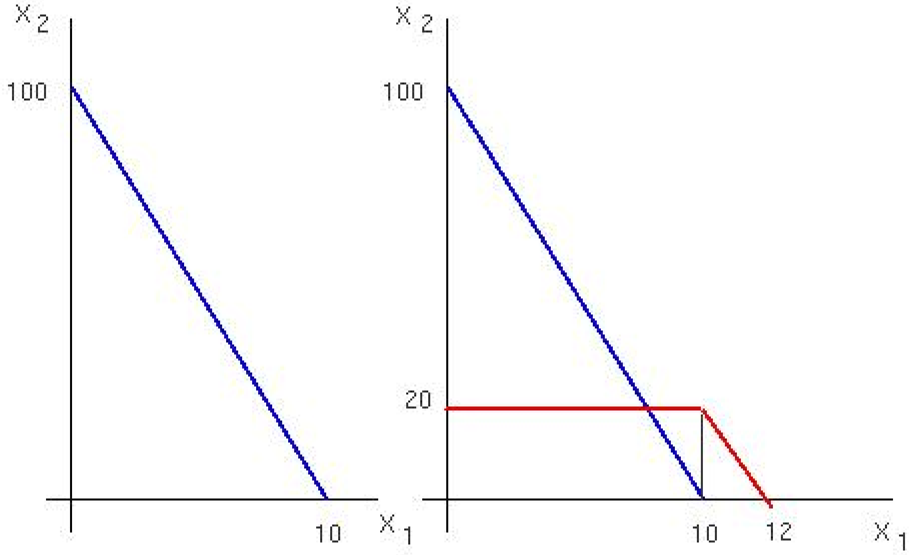
La TOC es igual a $P_1 / P_2 = 0{,}5$ *y la TSC es igual a* $X_2 / 2X_1$. *En consecuencia* $X_2 / 2X_1 = 0{,}5 \rightarrow X_2 = X_1$.

La segunda condición a cumplir por la combinación óptima es que se encuentre sobre la recta de presupuesto, es decir $m = P_1X_1 + P_2X_2$. *En consecuencia* $180 = 10X_1 + 20X_2$. *Pero como* $X_2 = X_1$, *llegamos a los siguientes resultados.* $180 = 10x_1 + 20x_1 = 30x_1 \rightarrow X_1^* = 6 = X_2^*$ *Y para esta combinación (6. 6) la utilidad que se obtiene es* $U = X_1 X_2^2 \rightarrow U = 6 * 6^2 = 216$.

¿Qué ocurre si el consumidor toma la oferta? Tendría 4 unidades del bien 1 y le quedaría un ingreso disponible para el bien 2 de 160 nuevos soles que le permitirían adquirir 8 unidades del bien 2. La combinación con la oferta sería entonces (4,8). Y la utilidad obtenida con esta combinación $U = X_1 X_2^2 \rightarrow U = 4 * 8^2 = 256$. *En consecuencia, la oferta genera una mayor utilidad.*

5. A Vanesa Bandija le gusta ir al cine. Ella vive cerca del Centro Comercial Minka en el Callao, donde acaban de inaugurar un complejo de cines, CINERAMA. Como una promoción para estimular la demanda, CINERAMA ha puesto en venta un VALE por 80 nuevos soles que da derecho a ver hasta 10 películas. El precio de la entrada al cine es de 10 nuevos soles. Vanesa dispone de 100 para gastarlo en entradas al cine y el resto de otros bienes. ¿Recomendaría comprar el VALE? ¿Por qué?(AVANZADO)

Para determinar si es ventajoso comprar el Vale tenemos que comparar la situación con Vale y sin Vale. La situación inicial sería sin Vale. El precio del resto de los otros bienes es igual a la unidad. (Porque todos los otros bienes se expresan mediante su gasto en dinero y el precio del dinero es la unidad monetaria). Entonces la recta de presupuesto será $100 = 10X_1 + X_2$ *.El intercepto vertical se encuentra en 100 unidades del resto de otros bienes, y el intercepto vertical en 10 entradas al cine. El área del conjunto presupuestario, que podemos emplear como índice de bienestar, es 100*10/2=500. Este valor representa el conjunto de combinaciones factibles para Vanesa, dados el precio y su ingreso disponible.*



¿Cuál sería la situación si Vanesa se decide por comprar un Vale? La compra del Vale afecta el ingreso de Vanesa, disponible para comprar el resto de otros bienes y entradas de cine por encima de 10 unidades. Si compra el Vale, su ingreso se reduce a 20 nuevos soles, con los que puede comprar 20 unidades del resto de otros bienes y tener un consumo de hasta 10 entradas de cine, o tener un consumo de hasta 10 entradas de cine con el vale y adquirir dos más al precio de 10 nuevos soles cada una. En consecuencia, un primer tramo de su nueva resta de presupuesto, quedaría explicada por la función $X_2 = 20$*, que es una horizontal que se extiende desde el origen de coordenadas y hasta una distancia de 10 entradas de cine. ¿Qué ocurre a la derecha de la combinación (10, 20)?*

En este escenario Vanesa Bandija estaría consumiendo más de 10 entradas de cine. Y cada entrada de cine adicional a las 10 primeras, tienen ahora un precio de 10 nuevos soles. Entonces, su nueva recta de presupuesto tiene un segundo tramo que se explica por la función $20 = 10X_1 + X_2$ *y que empieza en la combinación (10, 20). El intercepto horizontal se encuentra cuando* $X_1=2$*. Con esta información, ya podemos estimar el área total del conjunto presupuestario. Observemos el gráfico de más arriba. A la izquierda se encuentra la situación inicial, sin vale, y a la derecha, la situación con el vale. El área del conjunto presupuestario con el vale es igual a 20*10+20*2/2=220, que es muy inferior al área de*

500 sin el vale.

En consecuencia, no es recomendable adquirir el Vale. ¿Pero es recomendable adquirirlo en otra circunstancia? El vale es muy caro teniendo en cuenta que implica un consumo de 10 unidades del bien que, a su vez, es la cantidad máxima que se puede comprar al precio normal. Si el vale permitiera un descuento para, por ejemplo, las primeras 4 entradas, el conjunto presupuestario con vale sería mayor que sin vale. Veamos.

Si el vale se vende a 32 nuevos soles y da lugar al consumo de hasta 4 entradas, el nuevo conjunto presupuestario tendría un primer tramo en la función $X_2 = 68$*. El segundo tramo se explicaría por la función* $68 = 10X_1 + X_2$*, donde* X_1 *son las unidades en exceso de las primeras 4 unidades que corresponden al vale. Si sólo se destinan a comprar entradas de cine, se podrían comprar 6,8 entradas. En consecuencia, el área del nuevo conjunto presupuestario sería: 68*4+6,8*68/2=503,2 que es ligeramente mayor al área del conjunto presupuestario sin vale.*

6. La restricción presupuestaria de TAMARA PIDITA viene determinada por $m = 500; P_1 = 1; P_2 = 2$. Explique cómo cambia el conjunto presupuestario si: (BÁSICO).
   a) El gobierno aplica un impuesto específico de 0,1 al bien 1.
   b) El gobierno aplica un impuesto ad valorem de 10% al bien 1.
   c) El gobierno aplica un impuesto de suma alzada de 100.
   d) Si el precio relativo es 1

a) El conjunto presupuestario para $m = 500; P_1 = 1 \text{ y } P_2 = 2$ *es el conjunto de cestas compuestas por los bienes de consumo que cumplen:*

$$X_1 + 2X_2 \leq 500$$

Y la recta presupuestaria será el conjunto de cestas (X_1, X_2) *que agotan el presupuesto, esto es:*

$$X_1 + 2X_2 = 500$$

Un impuesto específico es aquel que se cobra por unidad consumida; incrementa el precio en la tasa del impuesto. Si el impuesto es 0,1 sobre el bien X_1 *entonces:*

$X_1 + 2X_2 = 500 - 0{,}1X_1 \Rightarrow \underbrace{(1+0{,}1)}_{1{,}1} X_1 + 2X_2 \underset{(\leq)}{=} 500$ *.El precio del bien* X_1 *se incrementará en la tasa del impuesto. En general un impuesto específico (impuesto por unidad consumida) modificara el precio del bien donde se aplica de esta forma:*

$$P_1 \rightarrow (P_1 + t)$$

El conjunto presupuestario se reducirá pues al incrementarse el precio de un bien se reduce la capacidad de compra.

$$\underset{nuevo}{\textit{Conjunto presupuestario}} = \left\{ (X_1, X_2) \in \mathbb{R}^2 / (1{,}1)X_1 + 2X_2 \leq 500 \right\}$$

La recta de presupuesto es:

$$(1{,}1)X_1 + 2X_2 = 500 \Rightarrow X_2 = \frac{500}{(1{,}1)} - \underbrace{\frac{1{,}1}{2}}_{\substack{\textit{Precio} \\ \textit{relativo}}} X_1$$

Se puede ver que el precio relativo $\frac{P_1}{P_2} = \frac{\Delta X_2}{\Delta X_1}$ *se incrementó pues* P_1 *se incrementó. Esto* *quiere decir que el bien* X_1 *se ha hecho mas caro que el bien* X_2 *en términos relativos, pues antes intercambiaba 0,5 unidades de* X_2 *por 1 unidad de* X_1 *pero ahora se intercambia 0,5 unidades de* X_2 *por la misma unidad* X_1 *. El precio relativo es entonces el costo de oportunidad del bien 1. En conclusión, la pendiente de la nueva recta de presupuesto es mayor y se mantiene el intercepto vertical: la recta de presupuesto original ha pivotado hacia adentro.*

b) *Un impuesto ad valorem grava el valor de las ventas y entonces modifica el conjunto presupuestario y la recta de presupuesto:*

$$X_1 + 2X_2 \underset{(\leq)}{=} 500 - \underbrace{0,2(1X_1)}_{Impuesto} \Rightarrow \; 1(1+0,2)X_1 + 2X_2 \underset{(\leq)}{=} 500$$

El precio del bien se incrementa a $1(1+0,2)$. *El impuesto ad valorem modifica el precio mediante:*

$$P_1 \to P_1(1+t)$$

Donde t *es la tasa de impuesto. El conjunto presupuestario, se reduce pues el precio de uno de los bienes se incrementa. La capacidad de compra se reduce a:*

$$\underset{nuevo}{Conjunto\ presupuestario} = \left\{(X_1, X_2) \in \mathbb{R}^2 / (1,2)X_1 + 2X_2 \leq 500\right\}$$

La recta de presupuesto es ahora:

$$\underset{(X_1 \text{ se hace mas caro que } X_2 \text{ o pierde competitividad})}{(1,2)X_1 + 2X_2 = 500 \Rightarrow X_2 = \frac{500}{2} - \frac{(1,2)}{2}X_1}$$

El precio relativo $\frac{P_1}{P_2}$ *se incrementa, la pendiente se incrementa y se mantiene el intercepto vertical: la recta de presupuesto inicial pivota hacia adentro.*

c) El impuesto de suma alzada reduce los ingresos. El nuevo conjunto presupuestario es:

$$\underset{nuevo}{Conjunto\ presupuestario} = \left\{(X_1, X_2) \in \mathbb{R}^2 / X_1 + 2X_2 \leq (500-100)\right\}$$

La nueva recta de presupuesto es:

$$X_1 + 2X_2 = 400$$

El precio relativo $\frac{P_1}{P_2}$ *no se modifica y la recta presupuestaria se desplaza paralelamente a sí misma en dirección al origen de coordenadas.*

d) Un incremento del precio relativo $\frac{P_1}{P_2}$ *no nos dice de manera directa qué es lo que ha ocurrido. El precio del bien 1 puede haber subido dado el precio del bien 2. El precio del bien 2 puede haber bajado dado el precio del bien 1. O ambos precios pueden haber cambiado provocando el incremento del precio relativo. Pero al incrementarse el precio relativo, es claro que* X_1 *se hace mas caro que* X_2 *(antes se intercambiaba 0,5 unidades de* X_2 *por una unidad de* X_1 *y ahora intercambiamos una unidad de* X_2 *por una unidad* X_1.

Y también es claro que la recta de presupuesto ha girado en sentido horario, pues el precio relativo es también su pendiente.

7. El Parque de Diversiones de Lima se reserva el derecho de admisión a aquellos que compren una cuponera que les da libre acceso a 10 juegos. El precio de la cuponera es de S/. 150 y si quieren más de 10 juegos tendrán que pagar el precio del mercado. Vanesa Bandija quiere ir al Parque de Diversiones de Lima y dispone de un ingreso de 1500 para los juegos y el resto de otros bienes. Si el precio del mercado es 50: (INTERMEDIO).
   a) Determine el conjunto presupuestario y la recta de presupuesto, sin cuponera y con cuponera.
   b) ¿Cómo cambia el costo de oportunidad cuando es necesario comprar la cuponera?
   c) Si Vanesa Bandija demanda los Juegos del Parque de diversiones en una proporción fija del consumo en todos los otros bienes, de 1 a 20 ¿Cuál seria su función de utilidad? ¿Cuál seria su consumo óptimo de juegos?
   d) ¿Que sucede con su conjunto presupuestario y su recta de presupuesto si no es obligatorio comprar la cuponera? ¿Cómo cambia su consumo óptimo de juegos? ¿Le conviene comprar la cuponera?

a) Si no hay restricción para acceder al Parque, el conjunto presupuestario es:

$$\begin{matrix} \textit{Conjunto presupuestario} \\ \textit{Sin cuponera} \end{matrix} = \left\{ (X,Y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, 50X + Y \le 1500 \right\}$$

Y la recta de presupuesto:

$$50X + Y = 1500$$

El precio del resto de los bienes es la unidad. Dado el gasto en juegos el saldo disponible del ingreso se gasta en los otros bienes y s expresa directamente como unidades monetarias. "y el precio de un nuevo sol es un nuevo sol".

Si para ingresar al Parque se requiere comprar la cuponera, el conjunto presupuestario es:

$$\begin{matrix} \textit{Conjunto presupuestario} \\ \textit{Con cuponera} \end{matrix} = \begin{cases} 0(X) + Y \le 1500 - 150; Si\ X \le 10 \\ 50(X-10) + Y \le 1500 - 150; Si > 10 \end{cases}$$

Y la nueva recta de presupuesto:

$$\begin{matrix} \textit{Recta presupuestaria} \\ \textit{Con cuponera} \end{matrix} = \begin{cases} 1350; Si\ X \le 10 \\ 50(X-10) + Y = 1350; Si > 10 \end{cases}$$

La nueva recta de presupuesto tiene dos tramos. Un primer tramo horizontal, que empieza en el consumo máximo del resto de otros bienes en 1350 unidades y se extiende a la derecha hasta el límite de 10 juegos; y un segundo tramo cuya pendiente es igual al precio de mercado de los juegos.

b) El costo de oportunidad se refleja en la pendiente de la recta de presupuesto y mide la cantidad de unidades del bien en el eje vertical que se tienen que entregar en el mercado a cambio de una unidad adicional del bien en el eje horizontal. Viene a ser la tasa objetiva de cambio (TOC) y es igual a $\frac{P_X}{P_Y}$ *. El costo de oportunidad de los juegos es:*

$$TOC_X = \begin{cases} 0; Si\ X \le 10 \\ \dfrac{P_X}{P_Y} = 50; Si\ X > 10 \end{cases}$$

Para una cantidad de juegos no mayor a 10 el costo de oportunidad es 0. Y para cantidades mayores a 10 el costo de oportunidad es $\frac{P_X}{P_Y} = \frac{50}{1} = 50$.

c) Ya que X e Y se consumen siempre en una proporción fija $\left(1:20\ \left(\frac{X}{Y} = \frac{1}{20}\right)\right)$ *la función utilidad asociada es la función* $Min\{\cdot\}$*, esta puede ser:*

$\underbrace{U = Min\{20X, Y\}}_{20X=Y \Rightarrow \frac{X}{Y}=\frac{1}{20}}$, o también $\underbrace{U = Min\{Y + 21X, X + 2Y\}}_{Y+21X=X+2Y \Rightarrow \frac{X}{Y}=\frac{1}{20}}$, o

Cualqier otra que cumpla $\frac{X}{Y} = \frac{1}{20}$.

Vamos a sumir la función de utilidad $U = Min\{20X, Y\}$ *por su simplicidad. El óptimo asociado a esta función no es una solución de tangencia, sino más bien de contacto. El óptimo, la combinación de bienes que maximiza la utilidad total, se encuentra en la intersección entre la recta de presupuesto y el rayo que contiene los vértices de todas las curvas de indiferencia que representan la función de utilidad. Entonces hay que resolver:*

$$\underset{\{X,Y\}}{Max}\, U = Min\{20X, Y\}$$
$$s.a \begin{cases} 1350; Si\ X \le 10 \\ 50(X-10) + Y = 1350; Si > 10 \end{cases}$$

Primero igualamos los argumentos de la función $Min\{\cdot\} \Rightarrow 20X = Y$. *Ahora despejamos* $Y \Rightarrow Y = 20X$. *Y luego reemplazamos este resultado en la recta de presupuesto. Como la recta de presupuesto tiene dos tramos, reemplazamos en cada tramo y encontraremos dos combinaciones solución. Una de ellas será descartada.*

$$1350 = 20X; Si\ X \le 10$$
$$X^* = 67,5 \Rightarrow No\ cumple$$

Ahora reemplazamos en el segundo tramo:

$$50(X-10) + 20X = 1350; Si > 10$$
$$X^* = 26,42\ \wedge\ Y^* = 528,57 \Rightarrow Si\ Cumple$$

La combinación óptima es $X^* = 26,42\ \wedge\ Y^* = 528,57$.

Sin la exigencia de la cuponera Vanesa hubiera consumido:

$$50X + 20X = 1500$$
$$X^* = 21,42 \wedge Y^* = 429$$

d) Aplicando la función de utilidad a cada una de las combinaciones óptimas encontradas, con cuponera y sin cuponera, se encuentra que la utilidad es mayor en la combinación con cuponera.

8. La función de utilidad de ALBERTO MATE es $U = 5X_1^{0.7}X_2^{0.3}$. Si su ingreso y precios son: $m = 200; P_1 = 5; P_2 = 10$ (INTERMEDIO).
   a) ¿Cuáles son las cantidades demandadas de X_1 y X_2 que maximicen la utilidad?
   b) Si a Alberto le proponen dos promociones:
      - Comprar una cuponera en S/. 50 que le da derecho a consumir 12 unidades de X_1 o,
      - Comprar un paquete de 5 unidades de X_1 con 20% de descuento en el precio. ¿Cuál será su decisión?

   c) Si le ofrecen la misma promoción a Teresa, la hermana de Alberto, conocida como TERE MATE, que cuenta con el mismo ingreso y se enfrenta a los mismos precios y siempre esta dispuesta a intercambiar 2 unidades de X_1 por 1 unidad de X_2 ¿Cuál sería su decisión?.

a) Para hallar la combinación óptima, tenemos que resolver:

$$\underset{\{X_1,X_2\}}{Max}\; U = 5X_1^{0.7}X_2^{0.3}$$
$$s.a$$
$$10X_1 + 10X_2 = 200$$

El óptimo se encuentra allí donde la pendiente de la recta de presupuesto (costo de oportunidad del bien en el eje horizontal, o tasa objetiva de cambio TOC) es igual a la pendiente de la curva de indiferencia más alta posible (tasa subjetiva de cambio, TSC). Es decir, el óptimo se encuentra allí donde la tasa a la cual el consumidor quiere cambiar, es la tasa a la cual puede cambiar.

$$\underbrace{TSC_{X_1} = TOC_{X_1}}_{\substack{\text{Tambien llamada tasa}\\ \text{marginalde sustitucion}\\ \text{de } X_1}} \quad TSC_{X_2} = TOC_{X_2}$$

Donde:

$$TSC_{X_1} = \frac{Umg_{X_1}}{Umg_{X_2}} \wedge TOC_{X_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$TSC_{X_2} = \frac{Umg_{X_2}}{Umg_{X_1}} \wedge TOC_{X_2} = \frac{P_2}{P_1}$$

Entonces

$$(I)\cdots\frac{Umg_{X_1}}{Umg_{X_2}} = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow \frac{Umg_{X_1}}{P_1} = \frac{Umg_{X_2}}{P_2} \leftarrow \left(\begin{array}{l}\text{Denominado principo}\\ \text{de equimarginalidad}\end{array}\right)$$

Este principio nos dice que S/. 1 gastado en X_1 genera la misma utilidad adicional que ese mismo S/. 1 gastado en X_2, lo cual no genera un incentivo para sustituir X_1 por X_2.

La solución, para el caso general de la función de utilidad Cobb-Douglas, es:

$$U = AX_1^{\alpha}X_2^{\beta} \Rightarrow Umg_{X_1} = \frac{\partial U}{\partial X_1} = A(\alpha)X_1^{\alpha-1}X_2^{\beta}$$

$$Umg_{X_2} = \frac{\partial U}{\partial X_2} = A(\beta)X_1^{\alpha}X_2^{\beta-1}$$

$$\frac{Umg_{X_1}}{Umg_{X_2}} = \frac{\alpha X_2}{\beta X_1} = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow X_2^* = \frac{\beta X_1 P_1}{\alpha P_2}$$

Y además se tiene que agotar el ingreso:

$$P_1X_1 + P_2X_2 = m$$

$\Rightarrow$ *Para el caso Cobb – Douglas general*

$$X_1^* = \frac{\alpha m}{(\alpha+\beta)P_1}$$

$$X_2^* = \frac{\beta m}{(\alpha+\beta)P_2}$$

Para nuestro problema $\alpha = 0,7; \beta = 0,3; P_1 = 10; P_2 = 10 \ y \ m = 200$

$$X_1^* = 14$$

$$X_2^* = 6$$

b) La recta de presupuesto con cuponera es:

$$\begin{matrix} Recta\ presupuestaria \\ Con\ cuponera \end{matrix} = \begin{cases} 0(X_1) + 10X_2 = 200 - 50; Si\ X \leq 12 \\ 10(X_1 - 12) + 10X_2 = 200 - 50; Si\ X > 12 \end{cases}$$

Estimamos el óptimo en base a las ecuaciones de demanda que hemos encontrado:

$$X_1^* = \frac{\alpha m}{(\alpha+\beta)P_1}$$

$$X_2^* = \frac{\beta m}{(\alpha+\beta)P_2}$$

Llamémosle $\overline{X_1} = X_1 - 12 \wedge \overline{m} = 150 \Rightarrow$

$$\overline{X_1}^* = X_1^* - 12 = \frac{(0,7)(150)}{10} = 10,5 \Rightarrow X_1^* = 22,5$$

$$X_2^* = \frac{(0,3)(150)}{10} = 4,5$$

Vamos a estimar ahora la combinación óptima si hay un descuento del 20% en el precio de X_1 y solo puede consumir $X_1 = 5$. El óptimo del bien 2 es

$\left[10 - 0,2(10)\right](5) + 10X_2 = 200 \Rightarrow X_2 = 16$ Y la combinación óptima es (5,16).

Si ahora aplicamos la función de utilidad para las dos combinaciones óptimas encontradas:

Promoción 1: $U(22,5; 4,5) = 69,41$
Promoción 2: $U(5;16) = 35,43$

Alberto aceptará la cuponera.

c) Primero determinamos la función de utilidad de Tere. Ella esta dispuesta a intercambiar siempre 2 unidades de X_1 *por 1 unidad de* X_2*. En consecuencia:*

$$TSC_{X_1} = \frac{1}{2} \vee TSC_{X_2} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow \; X_2 = U - \frac{1}{2} X_1 \vee X_1 = U - 2X_2$$

Lo que nos da una función de utilidad que representa preferencias que sustituyen perfectamente X_1 *por* $X_2 \Rightarrow \; U = X_1 + 2X_2$

Supongamos que no existe ninguna promoción, entonces el consumidor se enfrenta al siguiente problema:

$$\underset{\{X_1, X_2\}}{Max} \; U = X_1 + 2X_2$$
$$s.a$$
$$10X_1 + 10X_2 = 200$$

Y resolviendo:

$$\frac{Umg_{X_1}}{Umg_{X_2}} = \frac{1}{2} < 1 = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow \frac{Umg_{X_1}}{P_1} < \frac{Umg_{X_2}}{P_2}$$

Esta última expresión nos dice que el consumidor gastará todo su ingreso en X_2 (solución de esquina), pues el valor que le da el mercado al bien X_1 es mayor que el valor que le da Tere al bien X_1

"*Mercado*: *Oye Tere si me das* 1 *unidad de* X_1 *te doy* 1 *unidad de* X_2

Tere: *Uhhhh solo puedo darte* 0,5 X_1 *por* 1 *unidad de* X_2"

Alternativamente

"*Mercado*: *Oye Tere si me das* 1 *unidad de* X_2 *te doy* 1 *unidad de* X_1

Tere: *Uhhhh te iba a dar* 2 *unidades de* X_2 *por* 1 *unidad de* X_1

pero tu propuesta me conviene"

De tal manera que si los precio relativos no cambian, Tere consumirá sólo X_2

Con la promoción 1: Ya que los precios relativos no cambian

$X_2^* = 27 \wedge X_1^* = 0$

Con la promoción 2: El consumo queda siempre restringido a

$X_2^* = 16 \wedge X_1^* = 5$

Evaluando en términos de utilidad

Promoción 1: $U(0;27) = 54$

Promoción 2: $U(5;16) = 37$

Por lo tanto Tere elegirá la promoción 1, pues prefiere más a menos.

9. MILTON TONAZO dispone de un ingreso de S/. 1000 destinado al consumo de víveres y todos los otros bienes. El precio de una canasta de víveres es de 50 nuevos soles. El supermercado del barrio tiene una promoción que consiste en una cuponera por S/. 950 y da derecho a consumir cualquiera cantidad de X_1 (Supongamos que los bienes que componen

la canasta son perecibles de tal manera que no halla oportunidades de arbitraje) (AVANZADO).

a) Si su función de utilidad representa preferencias regulares $U = X_1^{0.5} X_2^{0.5}$ ¿Aceptaría la promoción?
b) Si su función de utilidad representa consumo en proporciones fijas $U = Min\{3X_{1;} X_2\}$ ¿Aceptaría la promoción?
c) Si Milton siempre esta dispuesto a intercambiar 5 unidades de X_2 por 1 unidad de X_1. ¿Aceptaría la promoción?
d) Si la función de utilidad es $U = X_1^2 + X_2^2$. ¿Aceptaría la promoción?

a) La recta de presupuesto sin promoción es:

$50X_1 + X_2 = 1000$

La recta de presupuesto con la promoción es:

$X_2 = 1000 - 950 = 50; \forall X_1 \in$

Se trata de una recta horizontal en $X_2 = 50$ *.Si las preferencias son regulares y representadas por* $U = X_1^{0,5} X_2^{0,5}$*, la demanda óptima (aplicando la fórmula para la demanda en funciones de utilidad Cobb-Douglas) es:*

Sin promoción: $X_1^* = \frac{(0,5)(1000)}{50} = 10 \wedge X_2^* = \frac{(0,5)(1000)}{1} = 500$

Con promoción: $X_1^* \geq 10 \wedge X_2^* = 50$

Se elige la promoción, pues más es preferible a menos.

b) Como $U = Min\{3X_1; X_2\}$

Sin promoción: $3X_1 = X_2$*, es decir* $X_2 = 3X_1$ *y entonces*

$50X_1 + 3X_1 = 1000 \Rightarrow X_1^* = 18,86 \wedge X_2^* = 56,58$

Con promoción: $X_2 = 50 \Rightarrow X_2^* = 50 \wedge X_1^* = 16,66$

Evaluando en términos de utilidad ordinal

Sin promoción: $U(8,86; 56,58) = 56,58$

Con promoción: $U(16,66; 50) = 50$

En este caso no se elige la promoción.

c) La tasa subjetiva de cambio de X_1 *es:*

$TSC_{X_1} = \frac{5}{1} \Rightarrow X_2 = U - 5X_1 \Rightarrow U = 5X_1 + X_2$

Para $U = 5X_1 + X_2$

Sin promoción: $TSC_{X_1} = 5 < 50 = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow \frac{Umg_{X_1}}{P_1} < \frac{Umg_{X_2}}{P_2}$ *lo que lleva a destinar todo el ingreso a* $X_2^* = 1000$

Con promoción: Ya que se encuentra restringido ha $X_2 = 50$*, cualquier nivel mayor de* X_1 *nos genera más utilidad* $\Rightarrow X_2^* = 50 \wedge X_1^* > 0$

Se elige la promoción, pues más es preferible a menos.

d) Como $U = X_1^2 + X_2^2$ *las curvas de indiferencia son cóncavas y la solución de tangencia no proporciona un óptimo. Esto es así porque los interceptos de la recta de presupuesto permiten alcanzar curvas de indiferencia más altas que la que se tiene bajo la combinación de tangencia. En consecuencia, la solución aquí es de esquina.*

Con curvas de indiferencia cóncavas para bienes, la solución de esquina demuestra que el consumidor prefiere un bien a otro y no una combinación de bienes. Prefiere especializarse en el consumo de un bien y rechaza la variedad (la combinación de bienes).

Sin promoción: $(X_1^*, X_2^*) = \begin{cases} (20,0); Si\ TSC_{X_1} > 50 = \dfrac{P_1}{P_2} \\ (0,1000); Si\ TSC_{X_1} < 50 = \dfrac{P_1}{P_2} \end{cases}$

Con promoción: Como $X_2 = 50$*, cualquier nivel mayor de* X_1 *siempre es mas preferido pues da mayores niveles de* U *, por lo tanto la promoción será aceptada.*

10. Si la función de utilidad es $U = \left(X_1 - 9\right)^2 + \left(X_2 - 9\right)^2$, $P_1 = 9$, $P_2 = 9$ y $m = 99$, determine si la solución óptima es interior o esquina. (AVANZADO)

a) La función de utilidad $U = \left(X_1 - 9\right)^2 + \left(X_2 - 9\right)^2$*, para un cierto nivel de utilidad U, queda representada por una curva de indiferencia convexa, no cóncava. En términos geométricos, se trata de una circunferencia de radio (9, 9). En consecuencia (9, 9) juega aquí el papel del punto de saciedad. Para las cantidades del bien 1 y del bien 2 menores a 9, la curva de indiferencia correspondiente es convexa.*

La tasa subjetiva de cambio es $TSC = \dfrac{X_1 - 9}{X_2 - 9}$*, que es decreciente. Para hallar el óptimo del consumidor igualamos la TSC con la TOC,* $TSC = \dfrac{X_1 - 9}{X_2 - 9} = TOC = \dfrac{P_1}{P_2} = 1 \to X_1 = X_2$.

Llevamos este resultado a la recta de presupuesto y obtenemos:

$$m = P_1 X_1 + P_2 X_2 = P_1 X_1 + P_2 X_1 \to X_1 = \frac{m}{P_1 + P_2} \to X_1 = 5.5 = X_2$$

En consecuencia nos encontramos ante una solución interior, dado el conjunto presupuestario.

Capítulo 2

Teoría del consumidor y Demanda individual: Solucionario

1. El mapa de preferencias de Perico de los Palotes queda bien representado por la función $U = 2X_1^{1/2} X_2^2$. Si su restricción de presupuesto está determinada por los precios del bien 1, P_1 y del bien 2, P_2 y por un ingreso m de nuevos soles. Encuentre la demanda marshalliana del bien 1. (BÁSICO).

La demanda marshalliana del bien 1 es la cantidad óptima del bien 1 cuando Perico de los Palotes cuenta con un ingreso de m nuevos soles, disponible para comprar los bienes 1 y 2 y su mapa de preferencias es $U = 2X_1^{1/2} X_2^2$ *. En consecuencia, la demanda marshalliana del bien 1 se puede expresar como* $X_1^*\left(m, P_{1,} P_2\right)$*.*

La combinación óptima $\left(X_1^*, X_2^*\right)$ *de Perico de los Palotes es una solución interior, las cantidades óptimas del bien 1 y 2 son positivas. Y esto ocurre porque sus preferencias son de tipo Cobb Douglas. En consecuencia, en la solución óptima debe ocurrir que la tasa subjetiva de cambio (TSC), es decir, la pendiente de la curva de indiferencia más alta posible, es tangente con la tasa objetiva de cambio, es decir, la pendiente de la recta de presupuesto, o costo de oportunidad del bien 1. Además el óptimo implica un gasto eficiente del ingreso disponible, es decir, se debe cumplir que* $m = P_1X_1 + P_2X_2$

Para preferencias regulares del tipo Cobb Douglas como $U = AX_1^a X_2^b$ *, la tasa subjetiva de cambio, TSC se obtiene mediante* $TSC = \frac{aX_2}{bX_1}$*, y en consecuencia* $TSC = \frac{0{,}5X_2}{2X_1}$*. Y si ahora igualamos la TSC con la TOC, obtenemos* $\frac{0{,}5X_2}{2X_1} = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow X_2 = \frac{4P_1X_1}{P_2}$*. Y esta relación la podemos llevar a la recta de presupuesto para hallar la demanda marshalliana del bien 1:*

$m = P_1X_1 + P_2X_2 \rightarrow m = 5P_1X_1 \rightarrow X_1^* = \frac{m}{5P_1}$*. En consecuencia, la demanda marshalliana del bien 1 para Perico de los Palotes está representado por la expresión* $X_1^* = \frac{m}{5P_1}$*. La gráfica de esta función es del tipo de hipérbola rectangular. Se observa que el bien 2 es independiente del bien 1, porque la demanda del bien 1 no depende del precio del bien 2. Y se puede apreciar también que el gasto en el bien 1 es constante e igual al 20% del ingreso del consumidor.* $X_1^* = \frac{m}{5P_1} \rightarrow P_1X_1^* = \frac{m}{5}$.

2. Mateo Crático tiene la siguiente función de preferencias para los bienes 1 y 2, $U = X_1^2 + X_2$ y el precio del bien 1 es 1 y el precio del bien 2 es 2 y cuenta con un ingreso disponible de 5 nuevos soles. Analice la diferencia entre la demanda marshalliana del bien 1

y la demanda marshalliana del bien 2. (BÁSICO).

Esta función de utilidad no representa preferencias regulares. Y no representa preferencias regulares porque la forma de las curvas de indiferencia que la representan, no es convexa sino cóncava, pero se trata de bienes. Bienes con curvas de indiferencia cóncavas. Si expresamos la ecuación de una de esas curvas de indiferencia, $X_2 = U - X_1^2$ *podemos tener una imagen de la curva. Para un cierto nivel de utilidad, U, si la cantidad del bien 1 es cero, la utilidad es U, y si empieza a incrementarse la cantidad del bien 1 entonces U disminuye, hasta que el cuadrado de la cantidad del bien 1 sea igual a U y la utilidad se reduce a cero. Pero esto sólo demuestra que la curva de indiferencia tiene pendiente negativa. Si ahora consideramos la tasa subjetiva de cambio, TSC, a lo largo de la curva de indiferencia, el resultado cambia con relación a las preferencias regulares.*

Partiendo de la función de utilidad $U = X_1^2 + X_2$ *vamos a obtener la TSC:*

$$TSC = \frac{\frac{\delta U}{\delta X_1}}{\frac{\delta U}{\delta X_2}} = 2X_1$$

Se aprecia que la TSC es creciente, no decreciente. En consecuencia, a medida que incrementamos el consumo del bien 1, la TSC crece. Si consumimos dos unidades del bien 1, la TSC es cuatro, pero si consumimos 4 unidades, la TSC sube a 8. La demanda marshalliana del bien 1 dependerá de la relación entre la TSC y la tasa objetiva de cambio, TOC. La TOC es $P_1 / P_2 = 0{,}5$.

Cuando la TOC es igual a la TSC, $2X_1 = 0{,}5 \rightarrow X_1^* = 0{,}25$ *y el ingreso disponible para comprar el bien 2 es 5-0,25*1=4,75 y entonces la demanda del bien 2 es 4,75/2=2,375.*

Pero en esta combinación (0,25 ; 2,375) Mateo Crático no maximiza la utilidad. La utilidad de esta combinación es $U = X_1^2 + X_2 = 2{,}4375$. *¿Cuál sería la utilidad si Mateo Crático sólo consume el bien 2? Si sólo consume el bien 2, consume 5/2=2,5 unidades del bien 2. Y obtiene una utilidad de 2,5 que es mayor a 2,4375. ¿Y si sólo consume el bien 1? Si sólo consume el bien 1, consume 5/1=5 unidades del bien 1. Y obtiene una utilidad de 25 que es mucho mayor que las dos combinaciones anteriores.*

En este caso, por tratarse de bienes con curvas de indiferencia cóncavas, la combinación óptima no es una solución interior, es una solución de esquina. Y como la TSC es creciente, la esquina es la esquina inferior derecha: el consumidor se especializa en el consumo del bien 2. La demanda marshalliana del bien 1 es $X_1^* = \frac{m}{P_1}$, *una hipérbola rectangular, y la demanda marshalliana del bien 2 es* $X_2^* = 0$

3. Carmen Tirosa es una persona muy especial porque tiene gustos alimenticios muy especiales. Le encanta consumir espárragos y brócoli pero considera que tres unidades de espárragos son siempre iguales para ella que 1 brote de brócoli. Estime la demanda marshalliana de Carmen Tirosa por espárragos. (INTERMEDIO)

Digamos que un brote de brócoli tiene el precio P_2 *en el mercado, y que un paquete pequeño de espárragos tiene un precio de* P_1, *y que Carmen Tirosa cuenta con un ingreso disponible* *de* m *nuevos soles. Esto determina su recta de presupuesto.*

Su mapa de preferencias debe corresponder a la función de utilidad de bienes sustitutos perfectos. Carmen Tirosa considera que los espárragos son siempre iguales al brócoli en una cierta tasa subjetiva de cambio constante. Esa TSC es $\frac{dX_2}{dX_1}=\frac{1}{3}$. *Es decir, Carmen Tirosa está dispuesta a sacrificar 1/3 de brócoli para tener a cambio 1 unidad adicional de espárrago. O si se quiere, está dispuesta a cambiar 1 unidad de brócoli por 3 unidades espárrago. En consecuencia, una de muchas funciones de utilidad que expresan las preferencias de Carmen Tirosa es* $U = X_1 + 3X_2$.

Igualamos ahora la TSC con la TOC: $TSC=\frac{1}{3}=TOC=\frac{P_1}{P_2}\rightarrow P_2 = 3P_1$. *¿Qué nos dice esta relación? Que si el precio del brócoli es tres veces el precio del espárrago, entonces Carmen Tirosa maximiza su utilidad en cualquier combinación sobre la recta de presupuesto. ¿Por qué? Porque cualquier combinación sobre su recta de presupuesto tiene una pendiente, costo de oportunidad, igual a su TSC. En consecuencia la demanda marshalliana del bien 1, espárragos, es igual a* X_1^* *con valores que van desde cero unidades, hasta el máximo de unidades que se pueden comprar con m,* m/P_1.

Pero qué ocurre si la TSC no es igual a la TOC sino mayor. Si $TSC > TOC$ *quiere decir que Carmen Tirosa está dispuesta a entregar más unidades de brócoli en el mercado por una unidad adicional de espárragos, que lo que el mercado le exige. Es decir, el espárrago está barato y Carmen Tirosa escoge comprar sólo espárragos. ¿Cuánto? Todo lo que pueda comprar:* m/P_1. *Y esta viene a ser su función de demanda marshalliana. Y esta función se representa mediante una hipérbola rectangular.*

Finalmente, si la $TSC < TOC$, *para Carmen Tirosa el espárrago está caro y prefiere comprar sólo brócoli. ¿Cuánto?* m/P_2, *y entonces la demanda marshalliana de espárragos es* $X_1^* = 0$.

Por lo tanto, para el caso de bienes sustitutos perfectos, la demanda marshalliana tiene tres tramos. Cuando la TSC es menor a la TOC, la demanda es cero, representada por la vertical que coincide con el eje de precios. Cuando la TSC es igual a la TOC, la demanda va desde cero hasta el máximo que se puede comprar con el ingreso disponible, representada por una horizontal. Y cuando la TSC es mayor a la TOC, la demanda marshalliana es una hipérbola rectangular.

4. Las preferencias de Andrea, Juan, Camila, Diana, Ricardo y Sofía son caracterizadas por seis funciones de utilidad distintas, las cuales se presentan a continuación. ¿Puede decir quiénes tienen las mismas preferencias y por qué? Encuentre la tasa marginal de sustitución de cada una de las funciones de utilidad. Interprete. (INTERMEDIO)

$$U_A = X_1\sqrt{X_2}$$
$$U_J = X_1^4 X_2^2$$
$$U_C = \left(aX_1^{-2} + 3X_2^{-2}\right)^{-1/2}$$

$U_D = X_1 X_2$

$U_R = \sqrt{X_1}\sqrt{X_2}$

$U_S = X_1^2 X_2$

Las funciones de utilidad estiman el nivel ordinal de utilidad y no el cardinal; en consecuencia, dada una función de utilidad, cualquier transformación monótona creciente de ésta, representará las mismas preferencias.

La función de utilidad de Andrea, $U_A = X_1\sqrt{X_2}$ *, se puede transformar, elevándola a la cuarta potencia, en la función de utilidad de Juan* $U_J = X_1^4 X_2^2$ *. En consecuencia, Juan y Andrea tienen las mismas preferencias. Lo mismo ocurre con la función de utilidad de Diana que es una transformación monótona de la función de utilidad de Ricardo. Se eleva al exponente ½ la función de utilidad de Diana y se obtiene la función de utilidad de Ricardo.*

Si ahora apreciamos la función de utilidad de Sofía, se puede descubrir que es una transformación monótona de la función de utilidad de Juan. Se eleva al exponente ½ la función de utilidad de Juan y se obtiene la función de utilidad de Sofía. Pero como la función de utilidad de Juan representa las mismas preferencias que la función de utilidad de Andrea, se concluye que Andrea, Juan y Sofía, tienen las mismas preferencias.

Como las preferencias de Andrea, Juan y Sofía son las mismas, tendrán la misma tasa subjetiva de cambio, TSC. La calculamos en cualquiera de las funciones de utilidad y se obtiene $TSC = \frac{2X_2}{X_1}$*. Hacemos lo mismo en el caso de las preferencias de Ricardo y Diana y en este caso obtenemos* $TSC = \frac{X_2}{X_1}$*.*

Si ahora estimamos la TSC para las preferencias de Camila, obtenemos $TSC = \frac{aX_2^{\ 3}}{3X_1^{\ 3}}$*. Se aprecia que, asumiendo un valor positivo para a, la TSC de Camila es diferente a las anteriores. Y es diferente porque sus preferencias son diferentes.*

En resumen, hay tres tipos de preferencias, las de Camila, las de Ricardo y Juana y las de Andrea, Juan y Sofía.

5. Se trata de analizar la conducta de los hogares frente al consumo de agua potable, X_1 y el resto de otros bienes. El consumo de agua es completamente inelástico al nivel de ingreso mientras que el resto de otros bienes depende tanto de los precios como del ingreso. Si el ingreso del hogar es menor al precio por unidad del resto de otros bienes, solo se demanda agua. Si P_1 representa la tarifa por metro cúbico consumido y P_2 el precio del resto de otros bienes, encuentre una función de utilidad que modele las preferencias. Determine las demandas de mercado y la función de utilidad indirecta. Si P_2 es 20 y P_1 es 20 y el ingreso disponible del hogar es de 200, determine el óptimo del consumidor. (AVANZADO)

Como el consumo de agua es completamente inelástico al nivel del ingreso y el consumo del resto de otros bienes depende del precio y del ingreso, una función de utilidad que modela *estas preferencias, es la función de utilidad cuasilineal, como por ejemplo* $U = X_1^{1/2} + X_2$. *Se trata de una función cuyas curvas de indiferencia son convexas y donde la cantidad demandada del bien 1 no depende del ingreso del consumidor. En la combinación óptima, la pendiente de la curva de indiferencia debe ser igual a la pendiente de la recta de presupuesto. Es decir* $\frac{\delta U / \delta X_1}{\delta U / \delta X_2} = P_1 / P_2 \rightarrow \frac{1}{2X_1^{1/2}} = P_1 / P_2$. *Y de aquí se puede obtener la demanda del agua, en función de su precio y del precio del resto de bienes.* $X_1^* = \frac{P_2^2}{4P_1^2}$. *Se aprecia que la demanda de agua no depende del ingreso del consumidor; es decir es completamente inelástico frente al ingreso. Y tendiendo la demanda de agua se puede hallar la demanda del resto de bienes mediante la restricción de presupuesto. El consumidor comprará el resto de bienes hasta agotar el ingreso dado el gasto que ha realizado en agua. El gasto en agua es* $X_1 P_1 = \frac{P_2^2}{4P_1}$. *La demanda del resto de otros bienes es igual al ingreso residual luego de consumir agua, entre el precio del resto de otros bienes:* $X_2^* = \frac{m - \left(\frac{P_2^2}{4P_1}\right)}{P_2}$.

Y ahora que tenemos las demandas de los bienes, se puede obtener la función de utilidad indirecta.

Para encontrar la función de utilidad indirecta, aplicamos las demandas obtenidas de los bienes a la función de utilidad que hemos propuesto. La función de utilidad propuesta es $U = X_1^{1/2} + X_2$. *Entonces la función de utilidad indirecta, FIU, es*

$$FIU = \left(\frac{P_2^2}{4P_1^2}\right)^{1/2} + \frac{\left(m - \left(\frac{P_2^2}{4P_1}\right)\right)}{P_2}.$$

Ahora vamos a estimar la mejor elección del consumidor si su ingreso es 100 y el precio del agua es 20 y el del resto de otros bienes es 20.

$X_1^* = \frac{P_2^2}{4P_1^2} = 0{,}25$. $X_2^* = \frac{m - \left(\frac{P_2^2}{4P_1}\right)}{P_2} = 4{,}75$. *Y la combinación óptima es (0,25 , 4,75).*

6. Si la función de utilidad de SARITA LENTOSA es de la forma : $U = X_1^{1/2} X_2$ y su nivel de ingreso y precio de los bienes son: $m; P_1 \ y \ P_2$.(INTERMEDIO)
   a) Determine las demandas ordinarias para los dos bienes. ¿Qué sucede con el costo de oportunidad de X_2 si P_2 se incrementa en un 20%? ¿Cómo cambian las cantidades demandadas?
   b) Determine la curva precio consumo de X_2. ¿Depende de la cantidad consumido de X_1?
   c) Si a Sarita le vienen incrementando el ingreso consecutivamente. ¿Cómo cambian sus demandas ordinarias sobre los bienes? ¿Cuál será su curva ingreso-consumo?
   d) ¿Qué nos dice la curva de Engel de Sarita sobre el bien X_1?
   e) Supongamos que Sarita se fija una dieta rigurosa sobre X_1 y X_2 tal que modifica

totalmente su función de utilidad, que se convierte en $U = Min\{X_2 + 2X_1; X_1 + 2X_2\}$ ¿Cuáles serian sus demandas ordinarias sobre los bienes? ¿Cuál será la curva precio consumo y la curva ingreso consumo? ¿Cómo es su curva de Engel para el bien X_1 ?

a) Las preferencias de Sarita son del tipo Cobb Douglas. En consecuencia, para una función de utilidad como $U = AX_1^{\alpha} X_2^{\beta}$ *la demanda de cada uno de los bienes, queda determinada por* $X_1^* = \dfrac{\alpha m}{(\alpha+\beta)P_1}$ *y* $X_2^* = \dfrac{\beta m}{(\alpha+\beta)P_2}$. *En consecuencia, con los datos del problema* $X_1^* = \dfrac{1/2m}{(1/2+1)P_1} \rightarrow X_1^* = \dfrac{m}{3P_1}$ *y* $X_2^* = \dfrac{1(m)}{(1/2+1)P_2} \rightarrow X_2^* = \dfrac{2m}{3P_2}$ *Se puede apreciar que las demandas de cada uno de los bienes dependen directamente del ingreso e inversamente de su propio precio. Pero también se aprecia que las demandas de cada uno de los bienes, no dependen del precio del otro bien.*
En consecuencia, si el precio del bien 2 se incrementa en 20%, la cantidad demandada del bien 2 cae y la demanda del bien 1 permanece constante. Al subir el precio del bien 2, baja el precio relativo del bien 1 y el costo de oportunidad del bien 2 sube en términos de unidades del bien 1.

Dada la recta de presupuesto $m = P_1X_1 + P_2X_2 \rightarrow X_2 = \dfrac{m}{P_2} - \dfrac{P_1}{P_2}X_1$ *, el costo de oportunidad del bien 1 es* $\dfrac{dX_2}{dX_1} = \dfrac{P_1}{P_2}$ *y el costo de oportunidad del bien 2 es, entonces,* $\dfrac{dX_1}{dX_2} = \dfrac{P_2}{P_1}$. *Si el precio del bien 2 sube el costo de oportunidad del bien 2 sube también.*

b) La curva precio consumo del bien 2 es la función de las combinaciones óptimas de los bienes 1 y 2 cuando cambia el precio del bien 2. Pero cuando cambia el precio del bien 2, cambia la cantidad demandada del bien 2 sin que cambie la demanda del bien 1. En consecuencia, cualquiera que sea el cambio en el precio del bien 2, la curva precio consumo está definida por las combinaciones (X_1^*, X_2^*) *donde la cantidad del bien 1 es constante y la cantidad del bien 2 está determinada por* $X_2^* = \dfrac{2m}{3P_1}$. *Su representación gráfica es una vertical que parte de* X_1^*.

c) Si el ingreso de Sarita empieza a incrementarse de manera continua, entonces la demanda de los bienes 1 y 2 se incrementará también de manera continua. Y esto va a ocurrir porque la demanda de Sarita está directamente relacionada con el ingreso.

La curva ingreso consumo es la función de las combinaciones óptimas de los bienes 1 y 2 cuando cambia el ingreso del consumidor. En el caso de Sarita, como su demanda por el bien 1 es $X_1^* = \dfrac{m}{3P_1}$, *y su demanda por el bien 2 es* $X_2^* = \dfrac{2m}{3P_1}$, *entonces* $m = 3P_1X_1^* = \dfrac{3P_2X_2^*}{2} \rightarrow X_2^* = \dfrac{2P_1}{P_2}X_1^*$, *que representa la curva ingreso consumo. Como los precios de los bienes son parámetros cuando el ingreso está cambiando, la curva ingreso consumo viene a ser una función lineal de pendiente positiva.*

d) A partir de la función de demanda del bien 1, $X_1^* = \dfrac{m}{3P_1}$*, podemos obtener la función de Engel,* $m = 3P_1X_1^*$*, que es una función lineal de pendiente positiva. Dado el precio del bien 1, existe una relación positiva entre cambios en el ingreso y cambios en la demanda del bien 1 y el bien 1 es un bien normal para Sarita.*

e) Si la función de utilidad de Sarita cambiara a $U = Min\left\{X_2 + 2X_1; X_1 + 2X_2\right\}$*, los bienes 1 y 2 serían ahora bienes complementarios perfectos. Una combinación de estos bienes en el vértice de la curva de indiferencia, debe cumplir la relación* $X_2 + 2X_1 = X_1 + 2X_2$*, y entonces* $X_1 = X_2$ *y la nueva función de utilidad se simplifica a* $U = Mín\{X_1, X_2\}$.

El óptimo del consumidor se encuentra en la intersección entre el vértice de la curva de indiferencia más alta posible, y la recta de presupuesto. Es decir, se debe encontrar en $X_1 = X_2$ *y en* $m = P_1X_1 + P_2X_2$*. Resolviendo estas dos ecuaciones, se encuentra que la demanda del bien 1 y del bien 2 es* $X_1^* = \dfrac{m}{P_1 + P_2} = X_2^*$*. En esta función de demanda se aprecia que la cantidad demandada de cualquier de los bienes está directamente relacionada con el ingreso (y entonces son bienes normales) e inversamente relacionada con el precio de ambos bienes.*

Si el precio del bien 1 cambia, la recta de presupuesto pivota hacia afuera o hacia adentro, pero sigue intersectando la función $X_1 = X_2$ *para encontrar el óptimo. En consecuencia, la función* $X_1 = X_2$ *es la curva precio consumo del bien 1.*

Si el precio del bien 2 cambia, la recta de presupuesto pivota hacia afuera o hacia adentro, pero sigue intersectando la función $X_1 = X_2$ *para encontrar el óptimo. En consecuencia, la función* $X_1 = X_2$ *es la curva precio consumo del bien 2.*

Y si el ingreso cambia, la recta de presupuesto se desplaza hacia afuera o hacia adentro, paralela a sí misma, pero sigue intersectando la función $X_1 = X_2$ *para encontrar el óptimo. En consecuencia, la función* $X_1 = X_2$ *es la curva ingreso consumo.*

Finalmente, dada la demanda del bien 1, $X_1^* = \dfrac{m}{P_1 + P_2}$*, la curva de Engel es* $m = \left(P_1 + P_2\right)X_1^*$*, que es una función lineal de pendiente positiva.*

7. JAIME CANICO tiene unas preferencias entre los bienes X_1 y X_2 dadas por la función: $U = LnX_1 + 2X_2$ y su nivel de ingresos y precios de los bienes son $m; P_1\ y\ P_2$ (AVANZADO).
   a) Si los precios de los bienes se incrementan en 5% ¿qué sucede con el costo de oportunidad del bien 1? ¿cuáles son las nuevas demandas ordinarias de los bienes?
   b) Determine la curva precio consumo de X_1 ¿Tiene pendiente positiva?
   c) Encuentre la curva de Engel y analice su forma ¿Siempre se consumirá una cantidad fija del bien 1 cuando cambia el ingreso?
   d) Después de retornar de un viaje de negocios Jaime ha cambiado sus preferencias y decide intercambiar siempre dos unidades de X_2 por una unidad de X_1 lo cual genera

una nueva función de utilidad. Encuentre la función de utilidad y estime las demandas ordinarias de los bienes.

a) Para saber lo que ocurre con las demandas de los bienes si suben los precios en 5%, primero necesitamos conocer ésas demandas. Dada la función de utilidad, el óptimo es una combinación interior porque las curvas de indiferencia que la representan son convexas. Pero no se trata de preferencias regulares dado que el término relacionado con el bien 2 es lineal. Estas funciones se conocen como cuasilineales. Para encontrar el óptimo del bien 1 basta con igualar la tasa subjetiva de cambio con la tasa objetiva de cambio; y para encontrar la demanda del bien 2 hay que estimar la cantidad máxima que se puede comprar después de comprar el bien 1.

Como $U = LnX_1 + 2X_2 \rightarrow \frac{dU}{dX_1} = \frac{1}{X_1}$ *y* $\frac{dU}{dX_2} = 2$ *y entonces la tasa subjetiva de cambio es* $TSC = \frac{1}{2X_1}$. *Igualando las tasas subjetivas y objetivas,* $\frac{1}{2X_1} = \frac{P_1}{P_2}$ *se puede encontrar la demanda del bien 1,* $\frac{1}{2X_1} = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow X_1^* = \frac{P_2}{2P_1}$. *Se aprecia que la demanda no depende del ingreso del consumidor. Y se aprecia que depende del precio de ambos bienes, o mejor, de su precio relativo. Si el precio de ambos bienes sube en 5%, el precio relativo (costo de oportunidad) no cambia y la cantidad demandada del bien 1 no cambia.*

Y la demanda del bien 2 está determinada por la cantidad máxima que se puede comprar después de comprar el bien 1. Primero hallamos el gasto en el bien 1, $P_1X_1^* = P_1\left(\frac{P_2}{2P_1}\right) = \frac{P_2}{2}$. *El ingreso disponible para comprar el bien 2 es igual al ingreso del consumidor menos el gasto en el bien 1,* $m - \frac{P_2}{2}$. *Y finalmente, la demanda del bien 2 es*

$$X_2^* = \frac{m - \frac{P_2}{2}}{P_2} \rightarrow X_2^* = \frac{2m - P_2}{2P_2}.$$

b) Si el precio del bien 1 cambia, cambia la cantidad demandada del bien 1 y la demanda del bien 2. Si el precio del bien 1 sube, se compra menos y se dispone más dinero para comprar el bien 2. Y si el precio del bien 1 baja, se compra más y se dispone de menos dinero para comprar el bien 2. Hay una relación inversa en las combinaciones óptimas de los bienes. Como la demanda del bien 2 es la cantidad máxima que se puede comprar después de comprar el bien 1, su demanda se puede reescribir así $X_2^* = \frac{m - P_1X_1^*}{P_2}$, *o también así* $X_2^* = \frac{m}{P_2} - \frac{P_1}{P_2}X_1^*$ *que es una función lineal de pendiente negativa.*

c) Si cambia el ingreso, la demanda del bien 1 no cambia mientras el consumidor cuente con el ingreso suficiente para comprar $\frac{P_2}{2P_1}$ *unidades del bien 1. Y el gasto de* $\frac{P_2}{2P_1}$ *unidades del bien 1 es* $P_1\left(\frac{P_2}{2P_1}\right) = \frac{P_2}{2}$. *Si* $m \geq \frac{P_2}{2}$ *la curva de Engel es vertical e igual a* $X_1^* = \frac{P_2}{2P_1}$.

Pero si $m < \frac{P_2}{2}$*, la demanda del bien 1 es* $X_1^* = \frac{m}{P_1}$ *y la curva de Engel es* $m = P_1 X_1^*$*, lineal y con pendiente positiva igual al precio del bien 1.*

En consecuencia, la curva de Engel, tiene dos tramos. Un primer tramo, lineal de pendiente positiva para unidades del bien 1 desde cero hasta $\frac{P_2}{2P_1}$ *unidades. Y vertical a partir de este punto.*

d) Si la tasa subjetiva de cambio es constante, entonces los bienes son sustitutos perfectos y su función de utilidad es de la forma $U = aX_1 + bX_2$*. La tasa subjetiva de cambio de esta función es* $TSC = \frac{a}{b}$*. Es decir* $TSC = \frac{dX_2}{dX_1} = \frac{a}{b}$*. Y como nos dicen que Jaime siempre quiere cambiar dos unidades del bien 2 por una del bien 1, entonces* $TSC = \frac{a}{b} = \frac{2}{1}$*. Y una función de utilidad que representa estas preferencias es* $U = 2X_1 + X_2$*.*

Dados los precios y el ingreso, Jaime demandará cualquier combinación sobre su recta de presupuesto si $\frac{P_1}{P_2} = 2$*. Esto es así porque en este caso la TSC sería igual a la TOC. Si* $\frac{P_1}{P_2} > 2$*, la TSC es menor a la TOC y la demanda del bien 1 será cero mientras la demanda del bien 2 será* $\frac{m}{P_2}$*. Y si* $\frac{P_1}{P_2} < 2$*, la TSC es mayor a la TOC y la demanda del bien 1 será* $\frac{m}{P_1}$ *y la demanda del bien 2 será cero.*

a. PEPE RESOZO tiene unas preferencias sobre X_1 y X_2 descritas por la función de utilidad: $U = X_1^{0,3} X_2^{0,7}$ Donde X_1 son números de canasta de víveres que consume cada semana y X_2 son los gastos en transporte semanalmente. Si se enfrenta a $P_1 = P_2 = 20$ y unos ingresos semanales de $m = 500$. (INTERMEDIO).

   a) Determinar las demandas ordinarias de los bienes ¿Cuál es el efecto ingreso y cuál el efecto sustitución sobre X_1 si P_1 se incrementa a $P_1 = 50$?
   b) ¿Cuál es el efecto ingreso y sustitución sobre X_1 cuando la compensación es a la HICKS?
   c) ¿La compensación a la HICKS es mayor a la compensación a la SLUTSKY? ¿Por qué sucede esto?

a) La demanda del bien 1 es $X_1^* = \frac{0,3m}{P_1}$ *y la demanda del bien 2* $X_2^* = \frac{0,7m}{P_2}$*. Si m es 500 y el precio del bien 1 es 20,* $X_1^* = \frac{(0,3)500}{20} = 7,5$*. Y si el precio sube a 50,* $X_1^* = \frac{(0,3)500}{50} = 3$*. En consecuencia, el efecto total es 3-7,5=-4,5.*

El efecto sustitución a la Slutsky se obtiene estimando la demanda al nuevo precio y con el *ingreso compensado. La compensación en el ingreso, debido a la subida del precio, debe ser de tal magnitud que le permita al consumidor adquirir la combinación óptima inicial. La variación en el ingreso a la Slutsky se obtiene mediante* $\Delta m = \Delta P_1 X_1^*$ *. El cambio en el precio es 50-20=30. Entonces* $\Delta m = (30)7{,}5 = 225$ *. Y el ingreso compensado es 500+225=725. Ahora la demanda del bien 1, al nuevo precio y con el ingreso compensado, es* $X_1^* = \dfrac{(0{,}3)725}{50} = 4{,}35$ *. Y el efecto sustitución: 4,35-7,5=-3,15. Y el efecto ingreso es 3-4,35=-1,35.*

Si sumamos el efecto sustitución y el efecto ingreso, -3,15-1,35=-4,5 que es igual al efecto total estimado inicialmente.

b) El efecto sustitución a la Hicks se obtiene estimando la demanda al nuevo precio y con el ingreso compensado. La compensación en el ingreso, debido a la subida del precio, debe ser de tal magnitud que le permita al consumidor mantenerse sobre la curva de indiferencia inicial. Para estimar la variación en el ingreso a la Hicks primero vamos a estimar la utilidad obtenida en el óptimo inicial.

La demanda del bien 2 fue $X_2^* = \dfrac{(0{,}7)500}{20} = 17{,}5$ *y entonces la combinación óptima inicial fue (7,5 , 17,5) y la utilidad alcanzada fue* $U = X_1^{0,3} X_2^{0,7} = 7{,}5^{0,3} 17{,}5^{0,7} = 13{,}57$.

Ahora se trata de buscar un nuevo óptimo en la curva de indiferencia $13{,}57 = X_1^{0,3} X_2^{0,7}$ *y enfrentado al nuevo precio del bien 1. Esta combinación se encuentra allí donde la tasa subjetiva de cambio es igual a la tasa objetiva de cambio. La TSC de la función de utilidad* $U = X_1^{0,3} X_2^{0,7}$ *es* $TSC = \dfrac{0{,}3X_2}{0{,}7X_1}$ *, y la TOC es* $TOC = \dfrac{50}{20} = 2{,}5$ *. Entonces* $\dfrac{0{,}3X_2}{0{,}7X_1} = 2{,}5 \rightarrow X_2 = 5{,}833X_1$ *. Y reemplazando esta relación en la curva de indiferencia, obtenemos* $13{,}57 = X_1^{0,3}\left(5{,}833X_1\right)^{0,7} \rightarrow X_1^* = 3{,}948$ *. Y la cantidad óptima del bien 2 es* $X_2^* = (5{,}833)3{,}948 = 23{,}03$.

Esta nueva combinación (3,94 ; 23,03) *genera una utilidad de* $U = \left(3{,}948\right)^{0,3}\left(23{,}03\right)^{0,7} = 13{,}57$ *. Es decir, al compensar al consumidor a la Hicks, el consumidor decide saltar de la canasta (7.5 , 17.5), a la canasta (3,948 , 23,03) que le genera la misma utilidad. ¿Y cuánto cuesta esta nueva combinación?*

$m' = (50)3{,}948 + (20)23{,}03 = 658$ *. Como el ingreso inicial fue 500, la compensación a la Hicks ha sido de 158 nuevos soles, menor a los 225 nuevos soles de la compensación a la Slutksy.*

El efecto sustitución a la Hicks es 3,948-7,5=-3,552. Y el efecto ingreso, 3-3,948=-0,948. Y la suma de ambos efectos: -3,552-0,948=-4,5.

c) El efecto sustitución es más fuerte a la Hicks que a la Slutsky y la compensación a la Hicks es menor que la compensación a la Slutsky. En consecuencia, las demandas compensadas a la Hicks son más "paradas" (mayor pendiente) que las demandas compensadas a la Slutsky. Con la compensación a la Hicks, el consumidor "gira" sobre su *misma curva de indiferencia hasta sustituir el bien más caro por el más barato. Se mueve desde una combinación óptima a otra. Mientras que en la compensación a la Slutsky el consumidor se queda sobre su combinación original pero sin maximizar la utilidad, lo que lo obliga a saltar a una curva de indiferencia más alta. Aquí la sustitución consiste en pasar de una combinación no óptima a una óptima.*

9. Si la función de utilidad es Cobb Douglas ¿cómo es la curva de demanda cruzada del bien 2? ¿cómo es la curva de demanda cruzada del bien 1? (BÁSICO)

Si la función de utilidad es Cobb Douglas como $U = AX_1^{\alpha} X_2^{\beta}$ *, la demanda marshalliana del bien 1 es* $X_1 = \dfrac{\alpha m}{(\alpha+\beta)P_1}$*, y la demanda marshalliana del bien 2 es* $X_2 = \dfrac{\beta m}{(\alpha+\beta)P_2}$*. Las demandas dependen, directamente del ingreso e inversamente de su propio precio. No dependen del precio del otro bien. En consecuencia, cualquiera que sea el precio del bien 1, la demanda del bien 2 seguirá siendo la misma. Es decir, la curva de demanda cruzada del bien 2 es una vertical. Y cualquiera que sea el precio del bien 2 la demanda del bien 1 seguirá siendo la misma. Es decir, la curva de demanda cruzada del bien 1 también es vertical.*

10. En el caso de bienes complementarios perfectos ¿cómo es la curva de Engel? (BÁSICO)

La función de utilidad de los bienes complementarios perfectos está dada por $U = Mín\{aX_1, bX_2\}$*. El óptimo del consumidor se encuentra siempre sobre la función* $aX_1 = bX_2 \rightarrow X_2 = \left(\dfrac{a}{b}\right)X_1$*, y sobre la recta de presupuesto. En consecuencia*

Y

$$m = P_1X_1 + P_2X_2 = P_1X_1 + P_2\left(\frac{a}{b}\right)X_1 \rightarrow X_1^* = \frac{bm}{bP_1 + aP_2}$$

$$m = P_1X_1 + P_2X_2 = P_1\left(\frac{b}{a}\right)X_2 + P_2X_2 \rightarrow X_2^* = \frac{am}{bP_1 + aP_2}$$

, estas vienen a ser las demandas marshallianas de los bienes 1 y 2 respectivamente. En ambos casos se aprecia que los bienes complementarios perfectos son normales, porque dependen directamente del ingreso del consumidor. Si los precios de los bienes no cambian y sólo cambia el ingreso, entonces la relación entre la demanda de cada bien y el ingreso es lineal y la pendiente positiva.

$$X_1^* = \frac{bm}{bP_1 + aP_2} \rightarrow m = KX_1^*$$

$$X_2^* = \frac{am}{bP_1 + aP_2} \rightarrow m = kX_2^*$$

Capítulo 3

Análisis del Bienestar del Consumidor: Solucionario

1. Diga si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera, falsa o incierta. Se tomará en cuenta sólo sus argumentos.
   a. El índice de precios de Laspeyres sobreestima el efecto de un cambio en un precio medido por el índice "verdadero", en tanto que el de Paashe lo subestima. Por lo tanto, el índice de Laspeyres siempre indicará cambios mayores que el de Paashe.
   b. En la medida que la función de demanda compensada se refiere a un mismo nivel de bienestar (reflejado en la curva de indiferencia) se le puede considerar como más apropiada que la función de demanda en términos de precios e ingreso nominal.
   c. La conclusión de que todos los bienes consumidos por una familia no puedan ser inferiores, se deriva del hecho que la suma del gasto de los distintos bienes que conforman su canasta de consumo debe ser igual al gasto total de la familia. (BÁSICO).

a) El índice de precios de Laspeyres sobreestima el efecto de un cambio en un precio medido por el índice "verdadero", en tanto que el de Paashe lo subestima. Por lo tanto, el índice de Laspeyres siempre indicará cambios mayores que el de Paashe.

Veamos el caso cuando se da una subida de P_X *:*

El índice de Laspeyre se basa en el período inicial, entonces se traza una paralela a la recta presupuestaria luego del cambio, y la intersecta con la canasta del período inicial (X_0, Y_0) *. Este índice <u>sobreestima</u> el índice verdadero (IV), pues, mide el cambio ocurrido en relación a la canasta de bienes iniciales y no a la canasta final que en la situación de una subida de precios de x, objetivamente, será menor; el índice verdadero resulta menor en magnitud. En el caso de la bajada de precios el análisis es similar.*

El índice de Paashe se basa en el período final, entonces se traza una paralela a la recta presupuestaria antes del cambio, y la intersecta con (X_1, Y_1) *. Este índice <u>subestima</u> el índice verdadero, pues, mide con la restricción presupuestaria que aún refleja una situación más favorable que la posterior al cambio.*

Conclusión: De lo planteado hasta aquí no se podría afirmar que el índice de Laspeyre indicará cambios mayores que el índice de Paashe, dependerá de:
-Si los precios suben o bajan
-De la forma que tengan las curvas de indiferencias, y
-De las relaciones que existen entre precios y cantidades en la función de gasto.

b) En la medida que la función de demanda compensada se refiere a un mismo nivel de bienestar (reflejado en la curva de indiferencia) se le puede considerar como más apropiada que la función de demanda en términos de precios e ingreso nominal.

La función de demanda compensada a lo Hicks (referido a un mismo nivel de utilidad), está midiendo el <u>efecto precio</u> sin tomar en cuenta las variaciones de ingreso real que ocurren ante las alteraciones de los precios.

En cambio la función de demanda en términos de los precios e ingreso nominal refleja los cambios totales, esto es tomando en cuenta las variaciones de precios e ingresos que ocurren ante las variaciones del precio de un bien.

Responderíamos, entonces, que la afirmación es FALSA, pues, la demanda compensada no mide todos los cambios sino que aísla el efecto precio, sin tomar en cuenta otros efectos que ocurren ante la variación de precios de un bien.

c) La conclusión de que todos los bienes consumidos por una familia no puedan ser inferiores, se deriva del hecho que la suma del gasto de los distintos bienes que conforman su canasta de consumo debe ser igual al gasto total de la familia.

Esta afirmación es verdadera, veamos: Para n bienes, el gasto total es:

Derivando respecto al ingreso tenemos:

$$1=\frac{\delta X_1}{\delta m}P_1+\frac{\delta X_2}{\delta m}P_2+\frac{\delta X_3}{\delta m}P_3+...+\frac{\delta X_n}{\delta m}P_n$$

Realizando algunos cálculos:

$$1=\frac{m}{X_1}\frac{dX_1}{dm}\left(\frac{X_1P_1}{m}\right)+\frac{m}{X_2}\frac{dX_2}{dm}\left(\frac{X_2P_2}{m}\right)+...+\frac{m}{X_n}\frac{dX_n}{dm}\left(\frac{X_nP_n}{m}\right)$$

$$1=\eta_{X_1m}w_1+\eta_{X_2m}w_2+...+\eta_{X_nm}w_n$$

Expresado en sumatorias: $1=\sum_1^n w_i\eta_{X_1m}$

Esto es, la sumatoria de la participación del gasto de cada bien en el gasto total multiplicado por la elasticidad ingreso de dicho bien debe dar igual a la unidad. Nos indica que no todos lo bienes son inferiores y como se ve, se deriva del hecho que la suma del gasto de los distintos bienes que conforman la canasta de consumo debe ser igual al gasto total.

2. La representación de la función de utilidad de una familia del sector E es: $U(X,Y)=2X-\frac{1}{2}X^2+Y$ .Asumamos que su ingreso semanal sea S/.100. Por una situación extraordinaria (pocas veces vista en el país) el precio de un atado de verduras (P_X) cae de S/.1 a S/.0.25. Calcule, para este caso, la variación compensatoria y la variación equivalente. Suponga que el precio (P_Y) de los otros bienes de la canasta de consumo es S/.1 (BÁSICO).

Para calcular las variaciones compensatoria y equivalente, tendremos que maximizar la función de utilidad dada la restricción de presupuesto:

Dado $U(X,Y)=2X-\frac{1}{2}X^2+Y$

Tenemos:

$$L = 2X - \frac{1}{2}X^2 + Y + \lambda\left(m - XP_X - YP_Y\right)$$

$$\frac{\delta L}{\delta X} = 2 - X - \lambda P_X = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta Y} = 1 - \lambda P_Y = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda} = m - XP_X - YP_Y = 0$$

De las dos primeras derivadas parciales tenemos que: $\frac{1}{P_Y} = \frac{2-X}{P_X} \rightarrow X = 2 - \frac{P_X}{P_Y}$

Reemplazando y despejando en la tercera derivada obtenemos:

$$Y = \left[m - P_X\left(2 - \frac{P_X}{P_Y}\right)\right]\left(\frac{1}{P_Y}\right)$$

Los valores de x e y los reemplazamos en la función de utilidad, y despejando "m" obtenemos la función de gasto g(p,U), con la que podremos calcular las variaciones.

$$U = 2x - \frac{1}{2}x^2 + y \rightarrow U = 2\left(2 - \frac{P_x}{P_y}\right) - \frac{1}{2}\left(2 - \frac{P_x}{P_y}\right)^2 + \left[m - P_x\left(2 - \frac{P_x}{P_y}\right)\right]\frac{1}{P_y}$$

$$g(\underset{\sim}{p},U) = \left[U - \left(2 - \frac{P_x}{P_y}\right)\left[2 - \frac{1}{2}\left(2 - \frac{P_x}{P_y}\right) - \frac{P_x}{P_y}\right]\right]P_y = \left[U - \left(2 - \frac{P_x}{P_y}\right)\left(1 - \frac{1}{2}\frac{P_x}{P_y}\right)\right]P_y$$

$$g(\underset{\sim}{p},U) = UP_y - \frac{P_y}{2}\left(2 - \frac{P_x}{P_y}\right)^2$$

Los datos del problema son:

$$\begin{aligned} P_x^0 &= 1 \rightarrow P_x^1 = 0.25 \\ P_y^0 &= 1 \rightarrow P_y^1 = 1 \\ m &= 100 \end{aligned}$$

Reemplazando estos datos en las ecuaciones encontradas para x, y, luego con los resultados reemplazar en la función de utilidad, se obtienen:

$$\begin{aligned} x_0 &= 1 \rightarrow x_1 = 1.75 \\ y_0 &= 99 \rightarrow y_1 = 99.5625 \\ U_0 &= 100.5 \rightarrow U_1 = 101.53125 \end{aligned}$$

Calculamos, entonces, lo que se nos pide a través de las ecuaciones de la variación compensatoria y de la variación equivalente:

$$\boxed{\begin{aligned}VC &= g(\underset{\sim}{p}^0, U_0) - g(\underset{\sim}{p}^1, U_0) = 100 - 98,96875 = 1.03125\\ VE &= g(\underset{\sim}{p}^0, U_1) - g(\underset{\sim}{p}^1, U_1) = 101.0325 - 100 = 1.0325\end{aligned}}$$

3. Realizando una investigación más pormenorizada se encontró que la función de utilidad que más se ajusta a la familia típica del sector E sería: $U = XY$; manteniendo el dato de que su ingreso es m =100 y el precio de los otros bienes de la canasta de consumo (P_Y =1); evalúe el impacto sobre los índices de precios de Laspeyres, Paashe, de la variación compensatoria y de la variación equivalente, si el precio de X sube de S/.0.25 a S/.1. (INTERMEDIO)

Tenemos los siguientes datos:

$$\begin{aligned}&U = xy\\ &m = 100\\ &P_y^0 = 1 \rightarrow P_y^1 = 1\\ &P_x^0 = 0.25 \rightarrow P_x^1 = 1\end{aligned}$$

Para calcular los índices de precios y las variaciones necesitamos hallar las funciones de demanda hicksiana como la función del gasto, herramientas indispensables que nos permiten analizar correctamente lo que pasa con el bienestar del consumidor que tiene representada sus preferencias en la función de utilidad U=xy. Veamos:

$$\begin{aligned}&L = xy + \lambda(m - xP_x - yP_y\\ &\frac{\partial L}{\partial x} = y - \lambda P_x = 0\\ &\frac{\partial L}{\partial y} = x - \lambda P_y = 0\\ &\frac{\partial L}{\partial \lambda} = m - xP_x - yP_y = 0\end{aligned}$$

Donde se obtiene:

$$\begin{aligned}&\frac{Y}{P_X} = \frac{X}{P_Y}\\ &m = XP_X + P_Y \frac{P_X}{P_Y} X = 2XP_X\\ &X = \frac{m}{2P_X}\\ &Y = \frac{m}{2P_Y}\end{aligned}$$

Estas demandas marshallianas las reemplazamos en la función de utilidad obteniendo la Función Indirecta de Utilidad, luego, al despejar m en ella podemos tener la función de gasto.

$$U = xy = \left(\frac{m}{2P_x}\right)\left(\frac{m}{2P_y}\right) \Rightarrow V(\underset{\sim}{p}, m) = \frac{m^2}{4P_xP_y}$$

$$g(\underset{\sim}{p}, U) = 2\sqrt{UP_xP_y}$$

Antes del cálculo de los índices y variaciones necesitamos conocer los valores de x e y, además de los valores de U antes del cambio y una vez ocurrido la bajada del precio. Veamos:

$$x_0 = \frac{m}{2P_x} = \frac{100}{2(0.25)} = 200 \rightarrow x_1 = \frac{m}{2P_x} = \frac{100}{2(1)} = 50$$
$$y_0 = \frac{m}{2P_y} = \frac{100}{2(1)} = 50 \rightarrow y_1 = 50$$
$$U_0 = x_0 y_0 = (200)(50) = 10000$$
$$U_1 = x_1 y_1 = (50)(50) = 2500$$

Calculando los índices, tanto el índice de Laspeyres que implica evaluar el cambio en los precios del bien x en el punto inicial (X_0, Y_0) *; como el índice de Paashe el cual evalúa el mismo cambio en el punto final* (X_1, Y_1) *:*

$$IL_1 = \frac{P_x^1 x_0 + P_y^1 y_0}{P_x^0 x_0 + P_y^0 y_0} = \frac{(1)(200) + (1)(50)}{(0.25)(200) + (1)(50)} = 2.5$$
$$IP_1 = \frac{P_x^1 x_1 + P_y^1 y_1}{P_x^0 x_1 + P_y^0 y_1} = \frac{(1)(50) + (1)(50)}{(0.25)(50) + (1)(50)} = 1.6$$

Las variaciones compensatoria y equivalente serían:

$$VC = g(\underset{\sim}{p}^0, U_0) - g(\underset{\sim}{p}^1, U_0) = 2\sqrt{(10000)(0.25)(1)} - 2\sqrt{(10000)(1)(1)} = 100 - 200 = -100$$
$$VE = g(\underset{\sim}{p}^0, U_1) - g(\underset{\sim}{p}^1, U_1) = 2\sqrt{(2500)(0.25)(1)} - 2\sqrt{(2500)(1)(1)} = 50 - 100 = -50$$

Los valores negativos significan; en el caso de VC sería el monto que se tendría que dar para que, una vez producida la subida de precios, se mantenga igual que antes (U_0); y en el caso de VE sería el monto que necesitaríamos quitar al individuo para que este igual que como sucediera el cambio de precios (U_1).

4. Si la función de utilidad tiene la forma: $U(X,Y) = X - \dfrac{1}{Y}$

   a. ¿Muestre cuáles son las funciones de demanda marshallianas y compensadas. Interprete los resultados?

   b. ¿Cuál sería el cambio en el bienestar de los consumidores, si el precio del bien x es S/.1 y el precio de y se incrementa de S/.1 a S/.4. (Asuma un ingreso disponible de S/.100) (INTERMEDIO)

a) Dado la función de utilidad:

$$U(X,Y) = X - \frac{1}{Y}$$

Vamos a maximizar esta función con la restricción presupuestaria dada:

$$L = x - \frac{1}{y} + \lambda(m - xP_x - yP_y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 1 - \lambda P_x = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1}{P_x}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = \frac{1}{y^2} - \lambda P_y = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1}{y^2} P_y$$

Realizando cálculos y reemplazos tendremos las demandas marshallianas:

$$\frac{1}{P_x} = \frac{1}{y^2} P_y \rightarrow y = \sqrt{\frac{P_x}{P_y}}$$

En la restricción *presupuestaria*:

$$m = xP_x + \sqrt{\frac{P_x}{P_y}} P_y \rightarrow x = \frac{m - \sqrt{P_x P_y}}{P_x}$$

Hallando la función indirecta de utilidad, reemplazamos las demandas marshallianas en la función de utilidad:

$$V(\underset{\sim}{p}, m) = \frac{m - \sqrt{P_x P_y}}{P_x} - \frac{1}{\sqrt{\frac{P_x}{P_y}}}$$

$$V(\underset{\sim}{p}, m) = \frac{m}{P_x} - \left(\frac{P_x + P_x}{P_x \left(\sqrt{\frac{P_x}{P_y}} \right)} \right) = \frac{m}{P_x} - 2\sqrt{\frac{P_y}{P_x}}$$

Calculando la función de gasto, se despeja m en V(p,m)

$$g(\underset{\sim}{p}, U) = \left[U + 2\sqrt{\frac{P_y}{P_x}} \right] P_x = UP_x + 2\sqrt{P_x P_y}$$

Derivando respecto a x e y, para hallar las funciones de demanda compensadas:

$$\boxed{\frac{\partial g}{\partial P_x} = U + \sqrt{\frac{P_y}{P_x}} = x^h(\underset{\sim}{p}, U)}$$

$$\boxed{\frac{\partial g}{\partial P_y} = \sqrt{\frac{P_y}{P_x}} = y^h(\underset{\sim}{p}, U)}$$

Algo importante: la función de demanda marshalliana y compensada del bien "y" resultan ser iguales, esto significa que el <u>efecto precio</u> es el único que actúa sobre él, no así el <u>efecto ingreso</u>, está en el límite de ser un bien inferior o un bien normal. Esto es importante porque ante variaciones del ingreso, manteniendo los precios constantes, no se altera el consumo del bien "y", sólo el del bien "x".

b) Cambios en el bienestar: Datos:

$$P_x^0 = 1 \rightarrow P_x^1 = 1$$
$$P_y^0 = 1 \rightarrow P_y^1 = 4$$
$$m = 100$$

Primero calculamos la utilidad, para eso debemos conocer x e y:

$$X_0 = \frac{m - \sqrt{P_X{}^0 P_Y{}^0}}{P_X{}^0} = 99$$

$$Y_0 = \sqrt{\frac{P_X{}^0}{P_Y{}^0}} = 1$$

$$U_0 = X_0 - \frac{1}{Y_0} = 99 - 1 = 98$$

$$X_1 = \frac{m - \sqrt{P_X{}^1 P_Y{}^1}}{P_X{}^1} = 98$$

$$Y_1 = \sqrt{\frac{P_X{}^1}{P_Y{}^1}} = \frac{1}{2}$$

$$U_1 = X_1 - \frac{1}{Y_1} = 98 - 2 = 96$$

Cálculo de las VC y VE:
Variación Compensatoria:

$$VC = g(\underset{\sim}{p}^0, U_0) - g(\underset{\sim}{p}^1, U_0) = \left(U_0 P_x^0 + 2\sqrt{P_x^0 P_y^0}\right) - \left(U_0 P_x^1 + 2\sqrt{P_x^1 P_y^1}\right)$$

$$VC = 100 - 102 = -2$$

Variación Equivalente:

$$VE = g(\underset{\sim}{p}^0, U_1) - g(\underset{\sim}{p}^1, U_1) = \left(U_1 P_x^0 + 2\sqrt{P_x^0 P_y^0}\right) - \left(U_1 P_x^1 + 2\sqrt{P_x^1 P_y^1}\right)$$

$$VE = 98 - 100 = -2$$

Las dos variaciones resultan iguales, significa que lo que se le quita para mantener el mismo nivel de utilidad (Laspeyre) es compensado con lo que se le da para alcanzar el nuevo nivel de utilidad (Paashe).

5. Suponga que las preferencias de una familia que consume arroz (X) y una canasta del resto de otros bienes (Y) se representa por una función de utilidad de la forma $U = XY$.
   a. Muestre la función de gasto, si $P_Y = 4$.
   b. Suponga que el ingreso de esta familia es igual a S/. 2000 y que, por efecto de la donación de Organismos Internacionales, el precio del arroz (P_X) cae de S/.4 a S/.1 por Kg. Calcule la ganancia del consumidor en término de la variación compensatoria. Confirme sus resultados empleando el método de integración.
   c. ¿Cuál es el índice de precios verdadero (al nivel U_0) después de la donación?
   d. Suponga que al mismo tiempo que se produce el cambio en el precio del arroz, el precio de Y (de los otros bienes) se incrementa de S/.4 a S/.6.25. ¿Es esto suficiente para cancelar las mejoras en el bienestar producidas por la reducción de P_X ? (AVANZADO)

a) Conociendo la función de utilidad de la familia que se estudia, y, además, dado el precio de la canasta de bienes (P_Y) igual a 4; podemos operar el lagrangeano buscando minimizar el ingreso (m) dada un determinado valor para la utilidad. Veamos:

$$U = xy$$
$$m = xP_x + yP_y$$
$$L = xP_x + yP_y + \lambda(U_0 - xy)$$
$$1)\frac{\partial L}{\partial x} = P_x - \lambda y$$
$$2)\frac{\partial L}{\partial y} = P_y - \lambda x$$
$$3)\frac{\partial L}{\partial \lambda} = U_0 - xy$$

De 1) y 2), despejando e igualando, tenemos:

$$\frac{P_X}{Y} = \frac{P_Y}{X}$$

Donde: $X = \dfrac{YP_Y}{P_X}$

Al igual que: $Y = \dfrac{XP_X}{P_Y}$

Haciendo los reemplazos necesarios en 3) para encontrar las curvas de demandas de Hicks, tenemos:

$$U_0 - xy = 0 \rightarrow U_0 = xy \rightarrow U_0 = y^2 \frac{P_y}{P_x}$$

Despejando "Y" para definir la demanda de Hicks para el bien Y, igual para "X", tendríamos:
Ecuaciones de demanda hicksiana:

$$Y^h = \sqrt{\frac{U_0 P_X}{P_Y}}$$

Para encontrar la función de gasto tenemos que reemplazar en la restricción presupuestaria (m), las ecuaciones encontradas para x e y, veamos:

$$g(\underset{\sim}{p}, U_0) = \sqrt{\frac{U_0 P_y}{P_x}} P_x + \sqrt{\frac{U_0 P_x}{P_y}} P_y \rightarrow g(\underset{\sim}{p}, U_0) = 2\sqrt{U_0 P_x P_y}$$

Para :

$$\boxed{P_y = 4 \rightarrow g(\underset{\sim}{p}, U_0) = 4\sqrt{U_0 P_x}}$$

b) Para el cálculo de la variación compensatoria que, en el caso de una caída del precio de x, significaría el monto de dinero que debemos quitar al ingreso familiar, después que se realiza el cambio, para volver a la posición inicial, es decir, al nivel de la curva de indiferencia U_0; tendremos que calcular x_0 e y_0, y luego U_0 Deducimos esto de:

$$VC = g(\underset{\sim}{p}^0, U_0) - g(\underset{\sim}{p}^1, U_0)$$

Haciendo los reemplazos necesarios tenemos:

$$m = 2000$$
$$P_x^0 = 4$$
$$P_x^1 = 1$$

$$VC = 2\sqrt{U_0(4)(4)} - 2\sqrt{U_0(1)(4)} \rightarrow VC = 8\sqrt{U_0} - 4\sqrt{U_0} \rightarrow VC = 4\sqrt{U_0}$$

Como

$$VC = 2\sqrt{U_0 P_X{}^0 P_Y^0} - 2\sqrt{U_0 P_X{}^1 P_Y^0}$$

Entonces:
Calculando x_0 e y_0, para luego hallar U_0 , maximizamos la función de utilidad dado la restricción presupuestaria m,

$$L = xy + \lambda(m - xP_x - yP_y)$$

Donde se halla que:

$$X = \frac{YP_Y}{P_X}$$

$$m = XP_X + YP_Y$$

Reemplazando X en m

$$x = \frac{yP_y}{P_x} \to m = xP_x + yP_y \Rightarrow m = 2yP_y \to y = \frac{m}{2P_y}$$

De igual forma para x,

$$y = \frac{xP_x}{P_y} \to m = xP_x + yP_y \Rightarrow m = 2xP_x \to x = \frac{m}{2P_x}$$

Dando como resultados lo siguiente:

$$y^0 = 250 \to y^1 = y^0 = 250$$

$$x^0 = 250 \to x^1 = 1000$$

$$U_0 = 62500$$

Reemplazando en VC, tenemos:

$$\boxed{VC = 4\sqrt{U_0} = 4\sqrt{62500} = 1000}$$

Por lo tanto la respuesta sería: se le debe quitar 1000 soles para que la familia regrese al mismo nivel de utilidad anterior a los cambios.

Comprobando a través del método de integración:

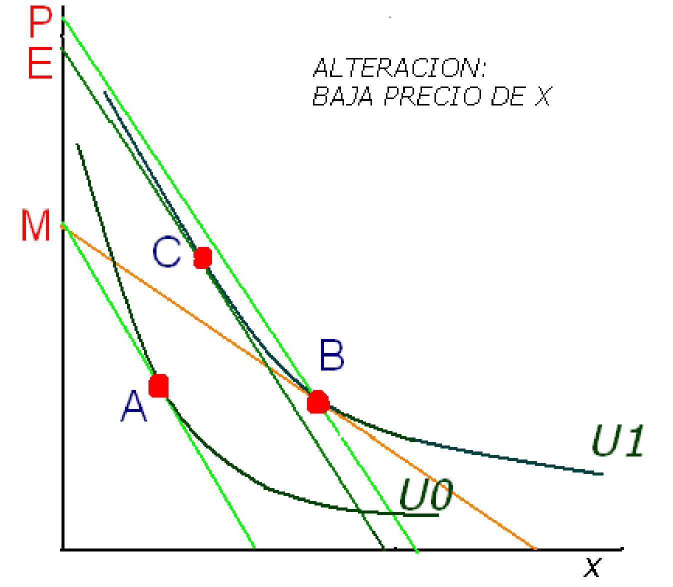
$$\int_{p_{x1}}^{p_{x0}} \frac{\partial g}{\partial P_x} dP_x = \int_{p_{x1}}^{p_{x0}} x^h(U_0, \underset{\sim}{P}) dP_x$$

Reemplazando los valores correspondientes tendríamos:

$$\boxed{\int_{p_{x1}}^{p_{x0}} \sqrt{\frac{U_0 P_y}{P_x}} dP_x = 500 \int_{p_{x1}}^{p_{x0}} \frac{dP_x}{\sqrt{P_x}} = 500\left[2\sqrt{x}\right]_1^4 = 500(4-2) = 1000}$$

6. Distinga gráficamente entre variación compensada y variación equivalente como medidas del cambio en el bienestar del consumidor. Analice las aproximaciones dadas por los índices de Paashe y Laspeyres. Comente sobre la utilidad de estas relaciones.(BÁSICO)

Analizaremos los cambios resultantes de una disminución en el precio del bien X.
<u>Variación Equivalente</u>: Monto de dinero que necesitamos entregar al consumidor si no se reduce el precio de X, para que esté tan bien como hubiera estado si se hubiera reducido el precio.



La combinación óptima inicial es A; cae el precio de X y el consumidor pasa a B que es la combinación óptima final. ¿Cómo llegar a esta situación final sin que caiga el precio de X?

Desplazamos la recta de presupuesto inicial (M), paralelamente así misma y alejándonos del origen de coordenadas, hasta alcanzar la curva de indiferencia final (E) en la combinación C. El cambio en el ingreso necesario para pasar de la recta de presupuesto M a la E es la variación equivalente.

Con la variación equivalente el consumidor es conducido al mismo nivel de utilidad al que llegaría si se reduce el precio de X. Pero existe una alternativa: la compensación a la Paashe. La recta de presupuesto M se desplaza paralelamente así misma hasta la recta de presupuesto P que pasa por la combinación B. En este caso el consumidor es conducido a la canasta que hubiera escogido si se hubiera producido la disminución del precio de X. Aquí la aproximación Paashe sobrevalora la variación equivalente.

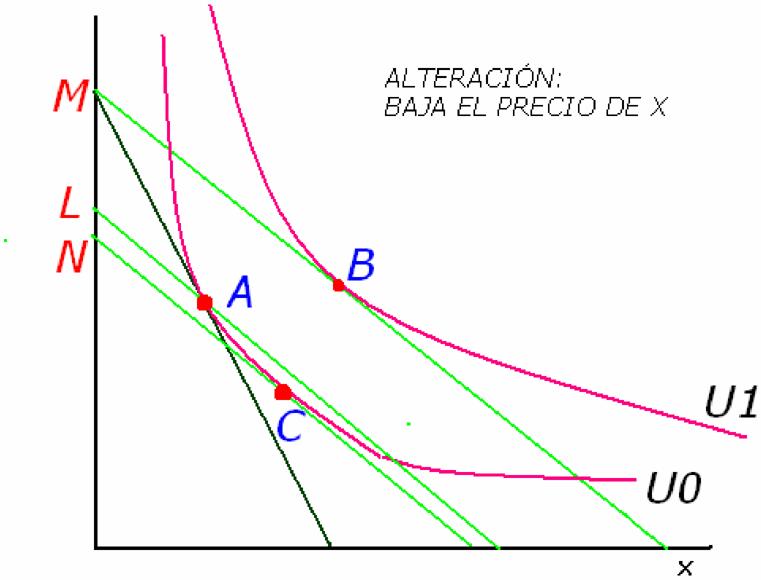
$$VE = g(\underset{\sim}{p}^0, U_1) - g(\underset{\sim}{p}^1, U_1) \Rightarrow puntoE - puntoM$$

$$VE = \int_{P_X^1}^{P_X^0} \frac{\partial g}{\partial P_x} dP_X = \int_{P_X^1}^{P_X^0} X^h(\underset{\sim}{p}, U_1) dP_X$$

Veamos ahora la Variación Compensatoria.

<u>Variación Compensatoria</u>: Monto de dinero que tenemos que retirar al consumidor para que vuelva a la situación inicial antes del cambio en el precio de X. ¿Qué tenemos que hacer para volver a posición inicial?

A es la combinación inicial. Baja el precio de X y el consumidor pasa a la combinación final B. Si ahora desplazamos la recta de presupuesto final, paralelamente así misma y en dirección al origen de coordenadas, conducimos al consumidor a la combinación C sobre su *curva de indiferencia inicial. Hemos desplazado la recta de presupuesto M hasta alcanzar la recta de presupuesto N. El ingreso necesario para pasar de M a N es la variación compensatoria.*



$$VC = g(\underset{\sim}{p}^0, U_0) - g(\underset{\sim}{p}^1, U_0) \Rightarrow M - N$$

$$VC = \int_{P_X^1}^{P_X^0} \frac{\partial g}{\partial P_X} dP_X = \int_{P_X^1}^{P_X^0} X^h(\underset{\sim}{p}, U_0) dP_X$$

Al pasar de B a C el consumidor es devuelto a su curva de indiferencia inicial. Alternativamente, la compensación se puede llevar en el sentido de Laspeyres, desplazando la recta de presupuesto M hasta alcanzar la recta de presupuesto L en la combinación inicial A. Aquí la aproximación de Laspeyres subestima la variación compensatoria.

Las aproximaciones según Paashe y Laspeyres son útiles cuando no se tiene un conocimiento preciso del comportamiento de la demanda (tanto la compensada como la ordinaria).

7. ¿Qué puede afirmarse del excedente neto del consumidor? (INTERMEDIO)
    i. Es la única medida del cambio en el grado de bienestar del consumidor que se puede construir
    ii. Es la disponibilidad a gastar más el gasto realizado por el consumidor.
    iii. Es una medida exacta del cambio en el grado de bienestar cuando el efecto ingreso es nulo
    iv. Siempre es una medida exacta del cambio en el grado de bienestar
    v. Todas son correctas

El excedente neto del consumidor no es la única medida del cambio en el grado de bienestar del consumidor. Existe también la variación compensatoria y la variación equivalente; además de las aproximaciones mediante índices de precios como Paashe y Laspeyres.

El excedente neto del consumidor se define como la diferencia entre la disposición a gastar y el gasto realizado. Es decir, se obtiene estimando la distancia entre el precio de demanda y el precio de equilibrio del mercado.

Cuando el efecto ingreso es nulo, la curva de demanda ordinaria recoge a lo largo de sus puntos sólo el efecto sustitución, el cual se erige en una medida apropiada de lo que está dispuesto a pagar el consumidor por cada unidad adicional del bien de que se trate. En consecuencia el excedente neto del consumidor se convierte en una medida exacta. Es por esto que para las preferencias cuasilineales, la variación del excedente del consumidor es igual, en valor absoluto, a la variación compensada y a la variación equivalente.

Pero si las preferencias no son cuasilineales, o, lo que es lo mismo, el efecto ingreso no es nulo, entonces el excedente neto del consumidor no es una medida exacta.

En consecuencia, de todas las alternativas, la única correcta es la que defina el excedente neto del consumidor como una medida exacta del grado de bienestar, cuando el efecto ingreso es nulo.

8. Calcule el excedente del consumidor en el caso de la función de demanda de una familia típica en Lima Metropolitana $Q = \frac{700}{P} - 50$. Suponga que el precio de equilibrio del mercado es 4. (BÁSICO).

Tenemos que estimar el área bajo la curva de demanda, que se expresa como la integral de la función de demanda medida entre el precio 4 y el intercepto vertical.

Primero por el lado de la intersección con el eje de los precios:

$$X = 0 = \frac{700}{P_X} - 50 \Rightarrow P_X = 14$$

Calculando con el método de integración:

$$ExC = \int_4^{14} \left(\frac{700}{P_X} - 50 \right) dP_X = 700LnP_X - 50P_X \Big|_4^{14} = \left(700 * Ln14 - 50*14\right) - (700 * Ln4 - 50 * 4)$$

$$ExC = 376.93$$

Por el lado del eje de las X, también sale el mismo resultado. Tendríamos que calcular el valor de x para P_X =4;

$$X = \frac{700}{P_X} - 50 \Rightarrow X = \frac{700}{4} - 50 = 125$$

$$ExC = \int_0^{125} \frac{700}{X+50} dX - \left(4*125\right) = 700Ln\left(X+50\right)\Big|_0^{125} - 500 = 376,93$$

9. Dada la función de utilidad: $U = LnX + Y$, y si se está consumiendo una cantidad positiva del bien X, entonces es FALSO que: (INTERMEDIO)

a) La demanda ordinaria del bien X es $X = \frac{P_Y}{P_X}$.

b) El bien X es independiente del ingreso y el efecto ingreso de un cambio en el precio de X es nulo.

c) Ante un cambio en el precio del bien X, el excedente del consumidor no es una medida adecuada del cambio en el grado de bienestar.

d) La función de demanda compensada del bien X coincide con la demanda ordinaria.

Analicemos una a una las alternativas propuestas:

a) La afirmación es correcta; debido a que la demanda ordinaria del bien X *es* $X = \frac{P_Y}{P_X}$.

Lo demostramos optimizando la función de utilidad, con la restricción presupuestaria m. Veamos:

$$\Im = LnX + Y + \lambda(m - XP_X - YP_Y)$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial x} = \frac{1}{X} - \lambda P_X = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1}{XP_X}$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial y} = 1 - \lambda P_Y = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1}{P_Y}$$

Igualando y despejando para hallar la demanda marshalliana:

$$\frac{1}{XP_X} = \frac{1}{P_Y} \Rightarrow \boxed{X = \frac{P_Y}{P_X}}$$

De la otra derivación parcial se tiene:

$$\frac{\partial \Im}{\partial \lambda} = m - XP_X - YP_Y = 0 \rightarrow m = XP_X + YP_Y$$

Reemplazando x en la igualdad, tendríamos la demanda ordinaria del bien y:

$$m = \left(\frac{P_Y}{P_X}\right) P_X + YP_Y \Rightarrow \boxed{Y = \frac{m}{P_Y} - 1}$$

b) Es una afirmación correcta. Pues, siendo la función de demanda del bien x, independiente de m (ingreso), derivando en torno a los cambios que ocurren en m:

$$X = \frac{P_Y}{P_X} \rightarrow \frac{\partial X}{\partial m} = 0$$

Es decir no existe efecto ingreso.

c) Esta afirmación es falsa, debido a que la función de demanda ordinaria de X es independiente del ingreso, por tanto su efecto en la variación en el precio es nulo, en consecuencia, el excedente del consumidor es una medida adecuada y exacta del cambio en el bienestar del consumidor.

d) De acuerdo con los resultados en c, la curva de demanda ordinaria coincide con la curva de la demanda compensada.

En consecuencia, como la función de utilidad $U = LnX + Y$ *es cuasilineal, el efecto ingreso es nulo y la demanda ordinaria es igual a la compensada.*

10) La Municipalidad está proyectando ampliar los carriles de la Panamericana Norte por el lado de la Av. Zarumilla. Existen dos lugares en que se podría ampliar, a y b, en cada uno de los cuales viven familias; asumamos el caso de una familia por cada lugar: en a vive A, y en b vive B. Ambas tienen idénticas funciones de utilidad representadas por: $U = X_1 X_2 E$; donde X_1, X_2 son cantidades del bien 1 y 2, respectivamente, y E mide la calidad o conveniencia del lugar A y/o B. Se ha calculado, también, que E toma el valor E=4 si la

ampliación no se realiza en su localidad, y E=1 si lo hace. Ambas familias enfrentan los mismos precios, pero tienen un ingreso diferente: (AVANZADO).

$$m_A = 1000$$
$$m_B = 500$$
$$P_1 = P_2 = 100$$

a) Si el Municipio tuviera que compensar a la familia afectada por la ampliación del carril en su localidad mediante un pago directo, ¿en qué localidad debería pagar una compensación menor? Calcule.
b) Si en vez de compensar con un pago directo se decide compensar con un subsidio al precio del bien 1, de modo que el nuevo precio pagado por el consumidor fuera $P_1^{'} = 100(1-s)$, ¿de qué tasa tendría que ser el subsidio y cuál sería el costo para el Municipio en cada localidad?
c) Compare el costo municipal del pago directo con el subsidio al precio del bien 1. Explique.

a) Deducimos las demandas marshallianas, la función de utilidad indirecta y la función de costo mínimo:

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow X_1^* = \frac{m}{2P_1}; X_2^* = \frac{m}{2P_2}$$

$$U^* = \frac{m^2}{4P_1P_2}E$$

$$C^* = 2\sqrt{\frac{UP_1P_2}{E}}$$

Calculamos la utilidad inicial y la variación compensatoria asociada a pasar De E = 4 a E = 1 para La persona A:

$$U_0^A = \frac{m^2}{4P_1P_2}E = \frac{1000^2}{(4)(100)(100)}4 = 100$$

$$Compensación = 2\sqrt{\frac{(100)(100)(100)}{1}} - 1000 = 1000$$

Similarmente para la persona B:

$$U_0^B = \frac{m^2}{4P_1P_2}E = \frac{500^2}{(4)(100)(100)}4 = 25$$

$$Compensación = 2\sqrt{\frac{(25)(100)(100)}{1}} - 500 = 500$$

b) igualando la utilidad con y sin subsidio (de la función de utilidad indirecta):

$$A:100 = \frac{1000^2}{4(100(1-s))100} \Rightarrow s = \frac{3}{4}$$

$$\textit{Costo: } \left(\frac{3}{4}*100\right)*\left(\frac{1000}{2\left(\frac{1}{4}*100\right)}\right)=1500$$

$$\textit{Costo: } \left(\frac{3}{4}*100\right)*\left(\frac{500}{2\left(\frac{1}{4}*100\right)}\right)=750$$

c) El costo en a) es menor (sale más barato compensar directamente). Para que el costo fiscal permaneciera constante, el subsidio tendría que ser sólo de tasa s=2/3, lo que se obtiene de resolver las siguientes ecuaciones (equivalentes):

$$A:(100s)*\left(\frac{1000}{2((1-s)*100)}\right)=1000$$

$$B:(100s)*\left(\frac{500}{2((1-s)*100)}\right)=500$$

Con este subsidio, el consumidor A compraría 15 unidades del bien 1, y el B 7.5 unidades. Pero con un subsidio de tasa s = 2/3 la utilidad de A y B no queda igual a la inicial, sino menor:

$$A:U^{*}=\frac{1000^{2}}{4(100(\frac{1}{3}))100}=75$$

$$B:U^{*}=\frac{500^{2}}{4(100(\frac{1}{3}))100}=18,75$$

Luego, el subsidio de tasa s = 2/3 no es suficiente, y debe ser más alto. Pero aumentar la tasa se subsidio hasta s = 3/4 como se requiere para mantener la utilidad de A y B constante, aumenta el costo fiscal por dos vías: aumenta el subsidio por unidad, y aumenta el número de unidades consumidas hasta 20 y 10 respectivamente para A y B (al caer el precio relativo del bien 1).

Capítulo 4

Teoría de la Producción y oferta: Solucionario

1. La función de producción de largo plazo de una empresa está dada por $q = X_1^{0,9} X_2^{0,3}$. Encuentre la isocuanta que representa todas las técnicas para producir $40^{3/10}$ unidades. (BÁSICO).

La función de producción de largo plazo $q = X_1^{0,9} X_2^{0,3}$ es del tipo Cobb Douglas y está representada por un mapa de isocuantas. Si queremos identificar una de las isocuantas tenemos que determinar el volumen de producción. Si el volumen de producción es $40^{3/10}$, entonces la isocuanta asociada es $40^{3/10} = X_1^{0,9} X_2^{0,3}$ y despejando el factor 2 en términos del factor 1, encontramos $X_2 = 40X_1^{-3}$

2. La función de producción es $q = 6L^{2/3}$. Si el precio de una unidad de mano de obra es 8 y el precio de una unidad de producto es 8, encuentre la demanda de mano de obra. (BÁSICO).

La función de producción $q = 6L^{2/3}$ es de corto plazo. Si se trata de encontrar la cantidad de mano de obra que la empresa debe contratar, esta cantidad debe estar asociada al objetivo de maximización del beneficio de la empresa.

Como el beneficio de la empresa es igual al ingreso total menos el costo total, necesitamos encontrar estas dos funciones. El ingreso total es el precio por la cantidad, y conocemos el precio del producto en el mercado, 8 nuevos soles. En consecuencia el ingreso por ventas es igual a $IT = Pq = 8\left(6\mathrm{L}^{2/3}\right)$.

El costo total en el corto plazo es igual al costo fijo más el costo variable. No contamos con información del costo fijo, pero sí del costo variable. El costo variable es igual al precio de la mano de obra por la cantidad de mano de obra, $CV = wL = 8\mathrm{L}$. En consecuencia, el costo total es igual a $CT = CF + 8\mathrm{L}$. El beneficio será igual a $\prod = 48\mathrm{L}^{2/3} - CF - 8\mathrm{L}$.

Sin embargo, los costos como los ingresos por ventas, dependen de la producción y no del empleo de la mano de obra. Entonces, es conveniente reemplazar la variable mano de obra por su equivalente en términos de producción. Como la función de producción es $q = 6L^{2/3}$, el inverso de esta función será $L = \left(\frac{q}{6}\right)^{3/2}$. Reemplazando este resultado en la función beneficio, tenemos $\prod = 8q - CF - 8\left(\frac{q}{6}\right)^{3/2}$ y ahora el beneficio depende del nivel de producción. Para encontrar el nivel de producción que maximiza el beneficio, buscamos maximizar la función beneficio. Para ello aplicamos las condiciones de primer orden (CPO), derivando la función beneficio e igualando el resultado a cero. Hechos los cálculos, se obtiene un nivel de producción que maximiza el beneficio, igual a 96 unidades. Y para producir 96 unidades se requiere emplear $L = \left(\frac{q}{6}\right)^{3/2} = 64$ unidades de mano de obra.

3. Comente. La función de producción de Rosita Lentosa está dada por $q = 3K + L$ y el precio del factor trabajo es w y el precio del factor capital es r. La función de costo total de la empresa de Rosita es $CT = Mín\{wq, \frac{rq}{3}\}$. (INTERMEDIO).

La función de producción de Rosita Lentosa es una función de factores sustitutos perfectos. La tasa técnica de sustitución de factores, TTSF es $TTSF = \frac{\frac{\delta q}{\delta L}}{\frac{\delta q}{\delta L}} = \frac{1}{3}$. *En consecuencia si* $TTSF = \frac{1}{3} = \frac{w}{r}$, *cualquier combinación de factores sobre la recta izo costo es la solución de la minimización de costos y el costo total es wL o rK (el costo de emplear sólo factor trabajo, o sólo factor capital).*

Si sólo se emplea el factor trabajo, entonces $q = (3)0 + L \rightarrow L = q \rightarrow CT = wq$.

Si sólo se emplea el factor trabajo, entonces $q = (3)K + 0 \rightarrow K = \frac{q}{3} \rightarrow CT = \frac{rq}{3}$.

Sin embargo, si la $TTSF = \frac{1}{3} > \frac{w}{r}$, *se empleará solo el factor trabajo y el costo total será wq. Finalmente, si* $TTSF = \frac{1}{3} < \frac{w}{r}$, *se empleará solo el factor capital y el costo total será rq.*

En conclusión, el costo total de producción está dado por $CT = Mín\{wq, \frac{rq}{3}\}$.

4. Comente. Si la función de producción de Pedro Medario es $q = Mín\{7K + 2L, 2K + 7L\}$ y la función de producción de Jaime Dico es $q = Mín\{2L, 7K\}$ entonces la ruta de expansión de la producción forma un ángulo de 45 grados con la horizontal en el caso de Pedro Medario y un ángulo menor en el caso de Jaime Dico. (INTERMEDIO).

La ruta de expansión es el locus geométrico de las combinaciones óptimas de factores que minimizan la producción para un nivel dado de producto. En el caso de Pedro Medario, la función de producción es una función de Leontiev; es decir, los factores trabajo y capital son sustitutos perfectos. La demanda condicional de factores se encuentra en el vértice de la isocuanta allí donde se intersecta con la recta de isocosto que minimiza los costos de producir el volumen determinado por la isocuanta.

Para hallar el vértice hacemos $7K + 2L = 2K + 7L \rightarrow K = L$. *Es decir, la función de producción de Pedro Medario* $q = Mín\{7K + 2L, 2K + 7L\}$ *es la función de producción* $q = Mín\{L, K\}$ *y la ruta de expansión es la diagonal que partiendo del original tiene una pendiente de inclinación igual a la unidad, 45 grados con el eje horizontal. Es decir, para producir un cierto nivel de producto, Pedro Medario combina cantidades iguales de cada uno de los factores.*

Pero no ocurre lo mismo en el caso de la función de producción de Jaime Dico. Su función de producción es $q = Mín\{2L, 7K\}$, *que también es Leontiev y corresponde a factores* *sustitutos perfectos. Y la demanda condicional de factores se encuentra en el vértice de la isocuanta allí donde se intersecta con la recta de isocosto que minimiza los costos de producir el volumen determinado por la isocuanta.*

Para hallar el vértice hacemos $2\text{L} = 7\text{K} \rightarrow K = \left(\frac{2}{7}\right)L$ *y la ruta de expansión de la producción es una diagonal que partiendo del original tiene una pendiente de inclinación igual a 0,29. Es decir, para producir un cierto nivel de producto, por cada unidad de trabajo que emplea Jaime Dico, emplea ,29 unidades de capital. Mientras que Pedro Medario, por cada unidad de trabajo que emplea, emplea una unidad de capital. La función de producción de Pedro Medario es más intensiva en capital, mientras que la función de producción de Jaime Dico es más intensiva en mano de obra.*

5. Considere una empresa con una tecnología representada por la función de producción $q = L^{1/4}K^{1/2}$ y que enfrenta al precio w del factor trabajo y al precio r del factor capital. Encuentre los retornos a escala. Estime la demanda condicional del factor trabajo. Estime la demanda condicional del factor capital. Encuentre la función de costo total, costo medio y costo marginal. ¿Es posible que el costo total de largo plazo sea igual al costo total de corto plazo? ¿Por qué? (AVANZADO)

Para encontrar los retornos a escala, buscamos el nivel de producción de la empresa si emplea t veces el factor capital y t veces el factor trabajo, donde t es mayor que 1. Por ejemplo, si t es 2, se trata de conocer el volumen de producción que se obtiene si se duplica el empleo de los factores de producción.

La producción que se obtiene en el largo plazo cuando se emplean K unidades de capital y L unidades de trabajo es q. La producción que se obtiene en el largo plazo cuando se emplean tK unidades de capital y tL unidades de trabajo es $q' = (tL)^{1/4}(tK)^{1/2}$ *. Pero* $q' = (tL)^{1/4}(tK)^{1/2} = t^{1/4+1/2}(L)^{1/4}(K)^{1/2} \rightarrow q' = t^{3/4}q$ *. Es decir, si se incrementa el empleo de todos los factores t veces, la producción no crece t veces, sino* $t^{3/4}$ *veces, y esta función de producción presenta retornos decrecientes a escala.*

Para encontrar la demanda condicional de cada factor, tenemos que encontrar el nivel de producción que minimiza costos. Y este nivel de producción se encuentra allí donde la tasa técnica de sustitución de factores, la pendiente de la recta isocosto, es igual al costo de oportunidad del factor capital, la pendiente de la recta de isocosto. Esto es así, particularmente porque la función de producción que estamos analizando es una función de producción regular, tipo Cobb Douglas. Y entonces la solución es interior.

La tasa técnica de sustitución de factores es $TTSF = \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{K}{2\text{L}}$ *. Igualando este resultado con el costo de oportunidad del factor capital w/r se obtiene* $\frac{K}{2\text{L}} = \frac{w}{r} \rightarrow K = \frac{2\text{wL}}{r}$ *. Esta es una relación técnica entre la cantidad de capital y la cantidad de trabajo, para niveles de producción que minimizan costos. Reemplazando este resultado en la función de producción de largo plazo, obtenemos*

$q = L^{1/4}\left(\frac{2wL}{r}\right)^{1/2}$ *y podemos despejar L en términos de q,* $L = \frac{q^{4/3}}{\left(\frac{2w}{r}\right)^{2/3}}$. *Esta expresión determina la cantidad de mano de obra necesaria cuando la empresa quiere producir q unidades minimizando los costos de producción. Es la demanda condicional del factor trabajo. Como el factor capital está técnicamente asociado a la cantidad de trabajo mediante* $K = \frac{2wL}{r}$, *conociendo la demanda de mano de obra, se obtiene la demanda condicional del factor capital.*

Para conocer las funciones de costos, tenemos que partir de las demandas condicionadas de factores. Las demandas condicionadas de factores son funciones de la producción. Si tomamos la demanda condicional de trabajo que acabamos de obtener, $L = \frac{q^{4/3}}{\left(\frac{2w}{r}\right)^{2/3}}$ *y la multiplicamos por el precio de la mano de obra, obtenemos el costo total de la mano de obra. Hacemos lo mismo para hallar el costo total del capital y obtenemos el costo total de producción. Con el costo total de producción podemos hallar el costo medio de producción y el costo marginal. Veamos.*

El costo total es $CT = wL + rK$, *pero* $L = \frac{q^{4/3}}{\left(\frac{2w}{r}\right)^{2/3}}$ *y* $K = \frac{2wL}{r}$, *entonces*

$CT = w\left(\frac{q^{4/3}}{\left(\frac{2w}{r}\right)^{2/3}}\right) + r\left(\frac{2wL}{r}\right)$. *En esta expresión se relaciona el costo total de producción con el volumen de producción. Simplificando, se obtiene* $CT = \frac{q^{4/3}(3w)}{\left(\frac{2w}{r}\right)^{2/3}}$. *Observe que el componente* $\frac{(3w)}{\left(\frac{2w}{r}\right)^{2/3}}$ *es una constante. Si tomamos esta constante como a, la función de costo total es ahora* $CT = aq^{4/3}$. *Se trata de una función no lineal de costos totales. El costo total tiende a crecer a velocidad creciente cuando se incrementa la producción. Y este resultado es coherente con la presencia de rendimientos decrecientes a escala. El costo medio de producción es* $CMe = a\,q^{1/3}$ *que también es una función no lineal y monótonamente creciente. El costo medio crece con la producción ratificando la presencia de retornos a escala decrecientes. El costo marginal se obtiene tomando derivadas del costo total y se obtiene* $CMg = \left(\frac{4a}{3}\right)q^{1/3}$ *que sigue siendo una función no lineal monótona creciente pero que va por encima del costo medio.*

Finalmente, se trata de saber si la función de costo total en el corto plazo puede ser igual a la función de costo total de largo plazo, y la respuesta es afirmativa. Pero, ¿bajo qué *condiciones es esto cierto? Los costos de corto plazo son costos de corto plazo porque el capital está fijo en determinado valor. Si este valor es la demanda condicional del factor capital en el largo plazo, entonces el costo de corto plazo es el costo de largo plazo.*

Sin embargo, si este valor no es la demanda condicional de capital de largo plazo, el costo de corto plazo es mayor al costo de largo plazo. Y esto ocurre así porque en el corto plazo estamos trabajando con una cantidad inadecuada del factor capital que impide la minimización de costos en el largo plazo.

6. La función de producción de la empresa de Pedro Adicto es: $q = AL^{0.5}K^{0.5}; A = 2$ (AVANZADO).
   a) Si K=9 y L=16 entonces ¿la producción máxima es q=23? ¿Porque se dice que es la producción máxima?
   b) Calcule le expresión algebraica de la productividad marginal del trabajo ($PmgL$)
   c) Si a corto plazo K=9 y le hacen un pedido a la empresa de q=30 unidades del producto, ¿Pedro Gadicto aceptara el pedido?
   d) Si a largo plazo el pedido asciende a q=60. ¿Cual seria la tasa técnica de sustitución? ¿Sustituirá mas trabajo por capital a medida que se incrementa el capital usado en la producción?
   e) Estime los retornos a escala ¿Qué sucede con los retornos a escala si el exponente de L se incrementa a 1 en la función de producción?
   f) Si a Pedro Gadicto le proponen cambiar la tecnología radicalmente, debido a la naturaleza de los pedidos de sus clientes, a una representada por la función de producción $q = Min\{2L; K\}$. ¿Cuáles serían las productividades de cada factor de producción? ¿Cuáles serian sus retornos a escala?

a) Tenemos la función de la empresa de Pedro Gadicto $q = 2L^{0.5}K^{0.5}$*, si utilizamos* $K = 9$ *y* $L = 16$ *entonces, según la función de producción, tendríamos* $q = 24$*, que es lo máximo que se puede producir con esta tecnología. Pero si con esta combinación de factores se puede producir 24 unidades de producto, también se pueden producir menos. Toda producción menor a 24 es factible técnicamente pero ineficiente, como producir 23 unidades, y la producción de 24 unidades es la máxima que se puede obtener y entonces eficiente.*

b) Buscamos $\left.\frac{\Delta q}{\Delta L}\right|_{K=\overline{K}}$*; pero si no tenemos valores específicos tenemos que aproximar* $\Delta L \to 0$ *(un incremento de* L *muy pequeño)*

$$\lim_{\Delta L \to 0} \left.\frac{\Delta q}{\Delta L}\right|_{K=\overline{K}} = \frac{\partial q}{\partial L} = L^{-0.5}\overline{K}^{0.5} = PmgL$$

La productividad marginal del trabajo es decreciente, esto ocurre porque para niveles bajos de L*, éste se combina adecuadamente con* K*, pero a medida que crece la utilización de* L*, y* K *se mantiene constante, la combinación de los factores se torna dificultosa y esto se refleja en menor producción. Una productividad marginal decreciente indica que la cantidad técnicamente óptima que le corresponde a cada factor variable de cada factor fijo, ha sido superada.*

c) Ya que $K = 9$ *a corto plazo, nuestra función de producción se transformará a:*

$$q = 6L^{0.5}$$

Si el pedido es de $q = 30 \Rightarrow L = 25$. *Esta combinación (25,30) se encuentra en el tramo de la función de producción donde el* $PmgL$ *es decreciente con* $K = 9$ *y* $L = 25$, *en el largo plazo la producción máxima es 30. En consecuencia, Pedro Gadicto no tendrá problema alguno de producir en el corto plazo porque su demanda de factores es la que corresponde al largo plazo donde los costos se minimizan.*

d) Nuestra tecnología (conjunto de procesos productivos) expresado por una función de producción tipo $Cobb-Douglas$ *tiene muchísimas formas de combinar* K *y* L *para producir* q, *entonces al conjunto de* (L,K) *que se utiliza para producir un nivel determinado de* $q = \overline{q}$ *que se le denomina Isocuanta (análogo a curva de indiferencia)*

$$\Rightarrow \; I_{\overline{q}} = \left\{ (L,K) \in \mathbb{R}^2 \, / \, \overline{q} = 2L^{0.5}K^{0.5} \right\}$$

$$Si \quad \overline{q} = 60 \;\Rightarrow\; I_{60} = \left\{ (L,K) \in \mathbb{R}^2 \, / \, 60 = 2L^{0.5}K^{0.5} \right\}$$

La tasa técnica de sustitución de factores es $\left.\dfrac{\Delta K}{\Delta L}\right|_{\overline{q}=60}$ *que representa cuántas unidades del factor capital debo reemplazar por una unidad adicional del factor trabajo para técnicamente mantenerme sobre la misma isocuanta* $q = 60$.

$$\lim_{\Delta L \to 0} \left.\frac{\Delta K}{\Delta L}\right|_{\overline{q}=60} = \frac{\partial K}{\partial L} = \frac{\partial q / \partial L}{\partial q / \partial K} = \frac{PmgL}{PmgK} = \frac{K}{L} = TTS_L$$

$$\lim_{\Delta K \to 0} \left.\frac{\Delta L}{\Delta K}\right|_{\overline{q}=60} = \frac{\partial K}{\partial L} = \frac{\partial q / \partial K}{\partial q / \partial L} = \frac{PmgK}{PmgL} = \frac{L}{K} = TTS_K$$

Si se incrementa el capital usado (Proceso intensivo en capital) para producir lo mismo $\overline{q} = 60$ *la* TTS_K *se reducirá (es mejor utilizar la* TTS_K *pues queremos analizar la sustitución de factores cuando K crece), es decir, a medida que usamos mas* K *empleamos menos* L.

e) El retorno a escala de una tecnología es la intensidad en que cambia la producción cuando todos los insumos varían en una misma proporción. Se dice que la tecnología tiene:

Rendimientos a escala creciente, Si su producción se incrementa en una proporción mayor que el incremento de la utilización de sus factores de producción. Analíticamente.

$$f(\lambda L, \lambda K) > \lambda f(L,K), \; para \;\; \lambda \in \mathbb{R}$$

Rendimientos a escala constante, Si su producción se incrementa en una proporción igual que el incremento de la utilización de sus factores de producción. Analíticamente

$$\boxed{f(\lambda L, \lambda K) = \lambda f(L, K),\ para\ \ \lambda \in \mathbb{R}}$$

Rendimientos a escala decreciente, Si su producción se incrementa en una proporción menor que el incremento de la utilización de sus factores de producción. Analíticamente

$$\boxed{f(\lambda L, \lambda K) < \lambda f(L, K),\ para\ \ \lambda \in \mathbb{R}}.$$

Tener en cuenta que $f(\lambda L, \lambda K) = q_1$ *es la producción cuando los factores se incrementan en la proporción* λ *y* $f(L, K) = q$ *es la producción inicial. Para la función de producción de Pedro Gadicto*

$$q_1 = 2(\lambda L)^{0.5}(\lambda K)^{0.5} = 2\lambda^{0.5}\lambda^{0.5}L^{0.5}K^{0.5} = \lambda\left[2L^{0.5}K^{0.5}\right],$$

$$\lambda q = \lambda\left[2L^{0.5}K^{0.5}\right]$$

Comparar: $q_1 = \lambda q$

Entonces la tecnología tiene rendimientos constantes a escala. En general para una función de producción tipo $Cobb - Douglas$

$$q = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

$$q_1 = A(\lambda L)^{\alpha}(\lambda K)^{\beta} = A\lambda^{\alpha+\beta}L^{\alpha}K^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta}AL^{\alpha}K^{\beta}$$

$$\lambda q = \lambda AL^{\alpha}K^{\beta}\ ;\ Comparando\ q_1\ y\ \lambda q$$

$$Si\ \alpha + \beta > 1 \Rightarrow q_1 > \lambda q; Rendimientos\ de\ escala\ creciente$$
$$Si\ \alpha + \beta = 1 \Rightarrow q_1 = \lambda q; Rendimientos\ de\ escala\ constante$$
$$Si\ \alpha + \beta < 1 \Rightarrow q_1 < \lambda q; Rendimientosde\ escala\ decreciente$$

f) Esta nueva función de producción se denomina función de producción de factores fijos o Leontief (en alusión a su creador), pues solo tiene un proceso productivo, es decir una sola combinación de $K\ y\ L$ para producir q. Si $q = Min\{2L, K\} = Min\left\{\frac{L}{1/2}, \frac{K}{1}\right\}$ que significa que para producir $q = 1$ es necesario combinar $L = \frac{1}{2}$ y $K = 1$, también se puede ver la proporción de utilización de cada factor para producir $q = 1$ igualando:

$$2L = K$$
$$Si\ L = 1/2 \Rightarrow K = 1 \Rightarrow Min\left\{2(1/2), 1\right\} = 1 = q$$

$q = Min\{2L, K\}$ se hace:

$$Si\ 2L > K \Rightarrow q = K$$
$$Si\ 2L < K \Rightarrow q = 2L \Rightarrow Para\ q = 1$$
$$Si\ 2L = K \Rightarrow q = 2L = K$$

Ya que los factores de producción se utilizan y solo se pueden utilizar en una única proporción la $PmgL = \left.\frac{\partial q}{\partial L}\right|_{K=\overline{K}} = 0$; ya que utilizar una unidad adicional de L no incrementara la producción pues se necesita incrementar también K en la proporción necesaria para que se produzca mas.

$\Rightarrow PmgK = \left.\frac{\partial q}{\partial K}\right|_{L=\overline{L}} = 0$, la razón ya se explico. Algunos podrían pensar según sus conocimientos de matemática que:

$$PmgL = \left.\frac{\partial q}{\partial L}\right|_{K=\overline{K}} = 0$$

$$PmgK = \left.\frac{\partial q}{\partial K}\right|_{L=\overline{L}} = 0$$

Bueno, para $PmgK = \infty$ esto es un resultado matemático y no económico

Este tipo de tecnología siempre tendrá rendimientos constantes de escala. Veamos:

$q_1 = Min\{\lambda 2L, \lambda K\}$	$\lambda q = \lambda Min\{2L, K\}$
$Si\ \ \lambda 2L > \lambda K \Rightarrow q_1 = \lambda K$	$Si\ \ 2L > K \Rightarrow \lambda q = \lambda K$
$Si\ \ \lambda 2L < \lambda K \Rightarrow q_1 = \lambda 2L$	$Si\ \ 2L < K \Rightarrow \lambda q = \lambda 2L$
$Si\ \lambda 2L = \lambda K \Rightarrow q_1 = \lambda 2L = \lambda K$	$Si\ 2L = K \Rightarrow \lambda q = \lambda 2L = \lambda K$

Son lo mismo $q_1 = q$

Por lo tanto la tecnología representada por la función de producción de factores fijos tiene rendimientos constantes a escala.

7. En una empresa textil exportadora, la gerente Rosita Lentosa esta planificando la inversión en capital que utilizará dentro de un año. La información que dispone es solo de la función de producción: $q = \begin{cases} KL^2; L \leq 4 \\ 16L + \sqrt{L-4}; L > 4 \end{cases}$ Si K = 1 (AVANZADO)

   a) Y recibe una orden de producción por q=15. ¿Cuál será la demanda de L?
   b) Si el pedido asciende a q=20. ¿Cuál será la demanda de L?
   c) Si se espera que los pedidos dentro de un año desciendan a q=10. ¿Rosita seguirá utilizando K=1? ¿Cuál es la nueva función de producción?

a) Ya que $K = 1$ la función de producción al corto plazo es:

$$q = \begin{cases} L^2; Si\ L \leq 4 \\ 16 + \sqrt{L-4}; Si\ L < 4 \end{cases}$$

Para $L < 4$, $PmgL = \frac{\partial q}{\partial L} = 2L$ y creciente, porque $\frac{\partial^2 q}{\partial L^2} = 2 > 0$. Es decir actúan una suerte de rendimientos crecientes debido a la "subutilizacion" del capital. La cantidad de L que se viene empleando no "explota" adecuadamente el K. Se puede hacer mas eficiente la producción si se incrementa la utilización de L para niveles mayores a 4.

Para un pedido de $q = 15$ se utilizará $L = \sqrt{15}$, y dada la restricción en el empleo de capital, aceptaríamos el pedido de $q = 15$ porque es lo más eficiente que se puede hacer en el corto plazo.

b) Para un pedido $q = 20$ se contratará $20 = 16 + \sqrt{L-4}$ $\Rightarrow L = 20$. Donde el $PmgL$ es decreciente, es decir actúa la ley de los rendimientos decrecientes, pues se esta produciendo eficientemente (se explota adecuadamente K).

c) Rosita Lentosa tiene que determinar si en el futuro seguirá utilizando $K=1$ o reducirá la inversión, pues en el futuro le harán un pedido de $q=10$. Veamos primero si $K=1$, puede atender tal requerimiento.

$$q=\begin{cases} KL^2; Si\ L\le 4 \\ 16K+\sqrt{L-4}; Si\ L>4 \end{cases}$$

$$q=10=16K+\sqrt{L-4}$$

$$10-16K=\sqrt{L-4}\ge 0$$

$$0,6\ge K\ y\ K>0\Rightarrow 0<K\le 0,6$$

La nueva función de producción:

$$q=\begin{cases} KL^2; Si\ L\le 4\ y\ 0<K\le 0,6 \\ 16K+\sqrt{L-4}; Si\ L<4\ y\ 0<K\le 0,6 \end{cases}$$

Entonces No seguirá utilizando $K=1$.

8. La empresa de Pepe Lucas utiliza dos factores de producción L y K. La productividad marginal de L es $PmgL=\frac{1}{2}L^{-1/3}K^{1/2}$ y utiliza una cantidad fija de K=4. El directorio de la empresa ha decidido fijarse un objetivo de ganancias de Π=500. Los precios de los factores de producción y el producto son $P=5; W_L=1; W_K=2$. (INTERMEDIO).
   a) ¿Cuánto se utilizara de L y cuánto se producirá?
   b) ¿La producción que maximiza el beneficio, cumple con el objetivo? ¿Este objetivo es realista?
   c) Si la productividad del trabajo cambia a $PmgL=\frac{1}{2}L^{-2/3}K$. ¿Cuál seria la cantidad demandada de L y la cantidad de producción que maximiza beneficios, para K=4?
   d) Encuentre la curva de costos a corto plazo para K=40; y las curva de CMe, CMg y CVMe.

a) En el corto plazo para lograr maximizar el beneficio se utiliza las herramientas de función de producción a corto plazo y las curvas de isobeneficio que es el conjunto para un nivel de $\prod$ (beneficio dado). Pepe Lucas se enfrentará.

$$\underset{\{L\}}{Max}\prod=Pq-W_LL-W_KK$$

Ya que nos encontramos en un mercado competitivo somos tomadores de precios $P=5$.

$$\frac{\partial\prod}{\partial L}=P\frac{\partial q}{\partial L}-\frac{\partial}{\partial L}\left[W_LL\right]-\cancelto{0}{\frac{\partial}{\partial L}\left[W_KK\right]}$$

$$\frac{\partial\prod}{\partial K}=P.PmgL-W_LL=0\Rightarrow\ W_L=P.PmgL(L^*)\leftarrow\text{"}Regla\ de\ oro\text{"}$$

Si $P.PmgL(L_1) > W_L$ *, entonces sigo contratando más* L *pues el valor de la producción adicional que me genera la* $L_1 - esima$ *unidad de* L *es mayor a lo que me cuesta esa* $L_1 - esima$ *unidad.*

Primero determinamos la función de producción a corto plazo, pues en nuestro caso

$$PmgL = \frac{1}{2}L^{-1/3}2 = L^{-1/3} \Rightarrow \frac{\partial q}{\partial L} = L^{-1/3}\ y\ dq = \frac{\partial q}{\partial L}dL$$

$$\Rightarrow \frac{\partial q}{\partial L}dL = dq = L^{-1/3}dL \Rightarrow q(L) = \frac{3}{2}L^{2/3}$$ *(Omitimos por simplicidad la constante de integración, pues no afectara en nuestras decisiones). Ahora determinaremos el mapa de curvas de Isobeneficio partiendo de la ecuación de beneficio.*

$$\overline{\prod} = 5q - L - 2(4)$$

$$\overline{\prod} = 5q - L - 8; Despejando\ q$$

$$q = \frac{\overline{\prod}}{5} + \frac{8}{5} + \frac{L}{5} \leftarrow Funcion\ de\ isobeneficio$$

Donde la pendiente de la función de isobeneficio es: $\frac{\partial q}{\partial L} = \frac{1}{5} = \frac{W_L}{P}$

Lo que se quiere es el máximo beneficio y lo que se tiene, dado los precios de los factores y del producto, como restricción es la función de producción a corto plazo (restricción tecnológica).

$$\left.\frac{\partial q}{\partial L}\right|_{K=\overline{K}} = PmgL(L^*) = \frac{W_L}{P} = \left.\frac{\partial q}{\partial L}\right|_{\prod=\prod_{Max}}$$

$$P.PmgL(L^*) = W_L$$

Que es lo mismo que la regla de oro antes determinada, para nuestro caso:

$$PmgL = L^{-1/3} = \frac{1}{5} \Rightarrow L^* = 125 \Rightarrow q^* = \frac{3}{2}(12,5)^{2/3} = 37,5\ y \prod{}^* = 54,5$$

b) El objetivo no es realista, con las cantidades actuales de $K = 4$*, pues como máximo ganaremos* $\prod^* = 54,5$ *que es muchísimo menor al objetivo planteado* $\prod = 500$.

La curva de isobenefico que tiene $\prod = 500$*, se encuentra muy lejos del alcance de la empresa de Pepe Lucas, obviamente el director QUIERE* $\prod = 500$ *, pero no PUEDE. Una forma de alcanzar este objetivo es incrementar la inversión en* K *(stock de capital) hasta que alcance la curva isobeneficio* $\prod = 500$.

c) Siguiendo la regla de oro

$$W_L = P.PmgL \Rightarrow 1 = 5(\frac{1}{2}L^{-2/3}4) \Rightarrow L^* = 10^{3/2}$$

Para calcular la función de producción integramos a partir de la $PmgL$

$$\frac{\partial q}{\partial L} = 2L^{-2/3}$$

$$dq = 2L^{-1/3} dL$$

$$q = 2L^{1/3} \text{ (Omitimos por simplicidad la constante de integración)}$$

$$q^{*} = 6(10^{1/2}) = 18,97$$

d) Ya se determino en la parte (a) la función de producción:

$q = \frac{3}{2} L^{2/3}$; *Para* $K = 4$. *Primero definimos la ecuación de costos:* $CT = W_L L + W_K K$ *; ya que nos encontramos a corto plazo* $K = 4$ *será un costo fijo.* $CT = L + 8$

Despejamos L de la función de producción $L = (\frac{2}{3} q)^{3/2}$ *y por ultimo reemplazamos L en la ecuación de costos que nos dará la función de costos, es decir*

$$CT = CT(q)$$

$$CT = (\frac{2}{3} q)^{3/2} + 8 \leftarrow \text{Funcion de Costos a corto plazo}$$

El costo total tiene como componentes el costo variable total y el costo fijo total

$$CT = \underbrace{(\frac{2}{3} q)^{3/2}}_{CVT} + \underbrace{8}_{CFT}$$

Entonces el costo medio se define como el costo total por unidad de producción que será la suma del costo variable medio y el costo fijo medio

$$\frac{CT}{q} = \frac{CVT}{q} + \frac{CFT}{q} \Rightarrow Cme = Cvme + Cfme$$

$$Cme = (\frac{2}{3})^{3/2} (q)^{1/2} + \frac{8}{q}$$

Ya que $CVT = (\frac{2}{3})^{3/2} (q)^{3/2} \Rightarrow Cmg = \frac{d}{dq}\left[CVT\right] = \frac{d}{dq}\left[(\frac{2}{3} q)^{3/2}\right] = (\frac{2}{3})^{1/2} (q)^{1/2}$.

Una relación interesante que justifica la forma de las curvas de costos a corto plazo es

$$Cmg = \frac{W_i}{Pmgi}; i \in \square \text{ Para nuestro caso}$$

$$Cmg = \frac{W_L}{PmgL} \Rightarrow (\frac{2}{3})^{1/2} (q)^{1/2} = \frac{1}{L^{-1/3}}$$

$$(\frac{2}{3})^{1/2} (q)^{1/2} = L^{1/3}$$

$$\frac{2}{3} q = L^{2/3}$$

$$q = \frac{3}{2} L^{2/3} \leftarrow \text{Que es la funcion de produccion inicial}$$

La parte donde los rendimientos decrecientes actúan los costos tendrán que incrementarse a una tasa creciente. A mayor Pmg *de los factores los costos se reducen.*

9. La empresa de Jaime Talero tiene una función de producción de $q=\sqrt{L}+3\sqrt{K}$, si puede utilizar K y L a cualquier nivel y los precios del producto y los factores son: $P=10; W_L=1; W_K=3$.(AVANZADO)

a) Encuentre las curvas de costos de largo plazo
b) Si la empresa de Jaime Talero esta en un mercado competitivo, encuentre la producción que maximiza el beneficio.
c) ¿Cuáles serán las funciones de demandas condicionadas de los factores L y K?
d) Estime los retornos a escala y busque su relación con el costo medio de largo plazo
e) Si en el corto plazo K=4, encuentre las curvas de corto plazo. Encuentre el nivel de producción y la demanda de trabajo que maximizan el beneficio.

a) Para maximizar beneficios buscamos:

$$\underset{\{q\}}{Max}\prod = Pq - CT(q)$$

Determinamos para nuestro problema la función de costos a largo plazo, que es una función de costo mínimo para cada q que se desee producir

$$\underset{\{q\}}{Min}\, CT = L+3K$$
$$s.a$$
$$\sqrt{L}+3\sqrt{K}=\overline{q}$$

Resolveremos este problema por medio de los isocostos y las isocuantas. Las curvas de isocosto son el conjunto (L,K) que dan el mismo costo es decir:

$$\overline{CT}=W_L L+W_K K$$

$$Isocostos_{\overline{CT}}=\left\{(L,K)\in\mathbb{R}^2 / \overline{CT}=W_L L+W_K K\right\}$$

La pendiente de la curva de isocosto es el precio relativo de los factores o tasa a la que el mercado esta dispuesto a intercambiar los factores.

$\dfrac{dK}{dL}=-\dfrac{W_L}{W_K}=-\dfrac{1}{3}=-0,\widehat{3}$. *En el óptimo tendremos:*

$$i)\, TTS_L=\frac{W_L}{W_K}\vee TTS_K=\frac{W_K}{W_L} \quad ii)\,\overline{q}=q(L^*,K^*)$$

$$\frac{PmgL(L^*,K^*)}{PmgK(L^*,K^*)}=\frac{W_L}{W_K}\Rightarrow\frac{PmgL}{W_L}=\frac{PmgK}{W_K}$$

Esta última igualdad indica que un nuevo sol adicional gastado en factor L genera la misma producción adicional que ese mismo nuevo sol si lo destinamos a adquirir K, entonces no hay ningún incentivo para sustituir K por L o L por K.

$$i)\, PmgL=\frac{1}{2}L^{-1/2}$$
$$PmgK=\frac{3}{2}K^{-1/2}$$

$$\frac{PmgL}{PmgK}=\frac{\frac{1}{2}L^{-1/2}}{\frac{3}{2}K^{-1/2}}=\frac{1}{3}\left(\frac{K^*}{L^*}\right)^{1/2}=\frac{1}{3}=\frac{W_L}{W_K}\Rightarrow K^{*1/2}=L^{*1/2}$$

$$ii)\ q=L^{1/2}+3K^{1/2}\Rightarrow Para\ L^*\ y\ K^*;\ q=K^{*1/2}+3K^{*1/2}$$

$$Demanda\ de\ factores\ condicionada\Rightarrow\begin{cases}K^*=\dfrac{q^2}{16}\\ L^*=\dfrac{q^2}{16}\end{cases}$$

La demanda de factores condicionada ese requerimiento de factores necesarios para producir q a mínimo costo, se le denomina condicionada pues esta afectada por q; $K=K(q)\ y\ L=L(q)$

Al reemplazar estas demandas óptimas de factores en la función de costos $CT=W_L L+W_K K$ obtenemos la función de costos a largo plazo, que es una función de costo mínimo

$$CT=\frac{q^2}{16}+\frac{3q^2}{16}=\frac{4q^2}{16}=\frac{q^2}{4}$$

$$CmeLP=\frac{q}{4}$$

$$CmgLP=\frac{q}{2}$$

Si la tecnología tiene:

Rendimientos a escala creciente $\Rightarrow$ $CmeLP$ será decreciente.
Rendimientos a escala constante $\Rightarrow$ $CmeLP$ será horizontal
Rendimientos a escala decrecientes $\Rightarrow$ $CmeLP$ será creciente.

Es claro que nuestra tecnología tiene rendimientos a escala decrecientes.

b) Como el mercado en el que operamos es competitivo entonces la única decisión que debemos tomar es determinar el q que maximiza los beneficios. Del problema de maximización de beneficio generamos las condiciones de primer y de segundo orden.

$$\underset{\{q\}}{Max}\prod=10q-\frac{q^2}{4}$$

$$CPO\begin{cases}\dfrac{\partial\prod}{\partial q}=\underbrace{10-\dfrac{2q}{4}}_{Img=P=Cmg\leftarrow Regla\ de\ oro}=0\Rightarrow q^*=20\end{cases}$$

$$CSO\begin{cases}\dfrac{\partial^2\prod}{\partial q^2}=\dfrac{\partial(Img)}{\partial q}-\dfrac{\partial(Cmg)}{\partial q}<0;Ya\ que\ Img=P\Rightarrow\dfrac{\partial(Img)}{\partial q}=0\\ \Rightarrow\dfrac{\partial^2\prod}{\partial q^2}=-\dfrac{\partial(Cmg)}{\partial q}<0\Rightarrow\dfrac{\partial(Cmg)}{\partial q}>0\end{cases}$$

Esto quiere decir que la regla de oro se cumplirá para el segmento de $CmgLP$ creciente *(por eso generalmente en un mercado competitivo se omite el tramo decreciente).*

c) Para calcular la cantidad utilizada de cada factor vamos a las funciones de demandas condicionadas evaluadas en $q^* = 20$

$$K^* = \frac{(20)^2}{16} = 25$$

$$L^* = \frac{(20)^2}{16} = 25$$

d) Como ya se menciono en la sección (a) la empresa tiene tecnologías con rendimientos a escala decrecientes para todos los niveles de producción y utilización de K *y* L. *Sea la función de producción:*

$$q = \sqrt{L} + 3\sqrt{K} \Rightarrow$$

$$q_1 = \sqrt{\lambda L} + 3\sqrt{\lambda K} = \lambda^{1/2}\sqrt{L} + 3\lambda^{1/2}\sqrt{K} = \lambda^{1/2}(\sqrt{L} + 3\sqrt{K})$$

$$\lambda q = \lambda(\sqrt{L} + 3\sqrt{K})$$

$q_1 < \lambda q \Rightarrow$ *se tiene rendimientos a escala decrecientes.*

Esto nos da una curva de $CmeLP$ *creciente, pues a medida que se incrementa* K *y* L *en la misma proporción, también se incrementará los costos en la misma proporción, pero el nivel de producción generado se incrementara en una menor proporción lo cual nos dice que a medida que se incrementa* q *los costos (producto de la utilización* K *y* L*) se incrementara en una mayor proporción.*

e) Debido a que se fija $K = 4$ *la función de producción a corto plazo es:*

$$q = 6 + \sqrt{L}$$

La función de costos a corto plazo se determinará mediante

$$CT = W_L L + W_K \overline{K}$$

$$CT = L + 3(4) = L + 12$$

Se despeja L de la función de producción:

$$q = L^{1/2} + 6 \Rightarrow L = (q-6)^2$$

Por ultimo se reemplaza L en la ecuación de costos y el resultado será la función de costos a corto plazo

$$CT(q) = \underbrace{(q-6)^2}_{CV} + \underbrace{12}_{CF} = \underbrace{q^2 - 12q + 36}_{CV} + \underbrace{12}_{CF}$$

Y obtenemos las funciones de $Cme, Cvme$ *y* Cmg *a corto plazo.*

$$Cme = \frac{CT}{q} = q - 12 + \frac{48}{q}$$

$$Cvme = \frac{CV}{q} = q + 12 + \frac{36}{q}$$

$$Cmg = \frac{\partial CV}{\partial q} = 2q - 12$$

Para encontrar las cantidades de q^* *y* L^* *que maximizan los beneficios podemos aplicar la regla de oro antes determinada para el mercado competitivo*

$$Img = P = Cmg$$

$10 = 2q^* - 12 \Rightarrow q^* = 11$

¿Y que paso con la regla de oro anterior $W_L L = P(PmgL)$ *?*

También se cumple si $PmgL = \frac{1}{2}L^{-1/2} \Rightarrow 1 = 10(\frac{1}{2})L^{-1/2} \Rightarrow L^{*1/2} = 5 \Rightarrow L^* = \sqrt{5}$

$q^* = L^{*1/2} + 6 = 11$

Entonces una regla de oro más general para maximizar los beneficios será:

$Img = Cmg$

Ahora los beneficios que obtiene la empresa de Jaime será:

$\prod(11) = \frac{73}{11} \Rightarrow$ *donde* $\prod = 11(10 - Cme(11))$

¿Hasta que nivel de q mínimo producir? Supongamos que se producen un q *donde se pierde dinero, pero esa perdida de dinero es mayor al costo fijo total, entonces ¿Seguirá produciendo con perdidas?, esta claro que a nadie le gusta perder o al menos si pierde le gustaría perder lo mínimo. Escenario 1, si deja de producir tendrá que pagar el total de los costos fijos, pues estos no dependen de la producción, en nuestro ejemplo esto es CF=12. Escenario2, si produce tendrá que soportar unas perdidas de, llameémosle* $-\prod$ *(beneficios negativos).*

Si las pérdidas $-\prod$ *son menores que el costo fijo, entonces comparando los dos escenarios, prefiero perder menos, es decir* $-\prod$*. Por lo tanto se seguirá produciendo aun con perdidas. Mis ingresos por ventas* Pq *cubrirán todos los costos variables pero solo una parte de los costos fijos, ese saldo que falta cubrir es igual a las perdidas económicas (también se cubre el costo de oportunidad).*

$-\prod \leq CF \Rightarrow$ *Seguiré produciendo*

$\prod \geq -CF \Rightarrow Pq \cancel{-CF} - CV \geq \cancel{-CF}$

$Pq \geq CV$

$P \geq Cvme \Rightarrow$ *Seguiré produciendo*

La empresa dejara de producir temporalmente si $P < Cvme_{min} \leftarrow$ *a esta se la denomina la condición de cierre (no sale del mercado, pues la decisión de salir o entrar a un mercado es de largo plazo) en nuestro ejemplo el Cvme mínimo es 0, por lo tanto el mínimo nivel de producción será* $q = 6$.

10. La empresa de Pedro Gadicto utiliza la tecnología descrita por la función de producción $q = \left[Min\{L; 2K\}^{1/2}\right]$. Si el precio del producto y de los factores son: $P = 6; W_L = W_K = 1$ (INTERMEDIO)
    a) Encuentre la función de costos medios a largo plazo. ¿L a empresa cuenta con economías de escala?
    b) Encuentre el nivel de producción que maximiza los beneficios.

a) En el largo plazo se puede sustituir K *por* L *o viceversa, por ello podemos plantear el problema de minimización de costos para un determinado nivel de producción para obtener la función de costos a largo plazo, que será nuestro paso previo para aplicar nuestra regla de oro y así determinar el nivel de producción* q *que maximiza los beneficios a largo plazo.*

$$\underset{\{K,L\}}{Min}\, C = L + K$$

$$s.a$$

$$\left[Min\left\{L, 2K\right\}\right]^{1/2}$$

Para este tipo de funciones de producción la solución del problema (L^*, K^*) *no son soluciones de tangencia, sino de contacto:*

Primero $L = 2K \Rightarrow K = \frac{L}{2}$*, que es la proporción en que se usa K y L*

Segundo, ya que $L = 2K; Min\left\{L, 2K\right\} = 2K \Longrightarrow \begin{matrix} L^{1/2} = q \\ (2K)^{1/2} = q \end{matrix}$

Tercero encontramos las demandas condicionadas de los factores y los reemplazamos en la ecuación de costos para hallar la función de costos a largo plazo.

$$L^* = q^2 \wedge K^* = \frac{q^2}{2}$$

$$CT = L^* + \left(\frac{L^*}{2}\right) = \frac{3}{2}(q^2)$$

$$CmeLP = \frac{3}{2}q \Rightarrow \frac{d\left[CmeLP\right]}{dq} = \frac{3}{2} > 0$$

$$CmgLP = 3q$$

Cuando una empresa tiene costos medios a largo plazo crecientes, se dice que tiene deseconomias de escala, a medida que se incrementa la producción los costos totales crecen a una proporción menor Entonces la empresa de pedro tiene deseconomias de escala.

b) Aplicamos la regla de oro, para determinar el nivel de producción que maximiza los beneficios a largo plazo:

$$Img = P = Cmg$$

$$6 = 3q^* \Rightarrow q^* = 2$$

Los beneficios que obtiene la empresa a largo plazo son:

$$\prod = 6(2) - \left[\frac{3}{2}(2)^2\right] = 6$$

Capítulo 5

Equilibrio Parcial: Solucionario

1. Conteste las siguientes preguntas, considerando los supuestos del modelo de equilibrio parcial.
   a) ¿Cuál es la diferencia, en lo que se refiere a precios, entre equilibrio parcial y general?
   b) ¿Cuándo podemos estar seguros de que podrán maximizar beneficios para un nivel de precios?
   c) ¿Qué supuestos se esconde de la siguiente expresión: "existe un único precio de venta de cualquier unidad del bien"? (BÁSICO).

   a) *Cuando hacemos un análisis de equilibrio parcial, estamos suponiendo que cambios en la demanda/oferta de y (y, por tanto, en el precio de y) no afectan la demanda/oferta de otros bienes distintos de y, y viceversa. Por el contrario, el análisis de equilibrio general supone que los mercados están interrelacionados.*
   Por ejemplo, consideremos el mercado de petróleo. Si hacemos un análisis de equilibrio parcial, estamos asumiendo que la demanda y el precio del carbón (o de otros sustitutos del petróleo) no variarán al cambiar el precio del petróleo.
   Un análisis de equilibrio general tendría en cuenta que una variación del precio del petróleo afectará al del carbón (vía una mayor demanda), que a su vez afectará al del petróleo, que a su vez volverá a afectar al del carbón, etc.
   b) *No siempre existe un equilibrio competitivo. Por ejemplo, puede ocurrir que el problema de maximización de beneficios de alguna empresa no tenga solución para ningún nivel de precios.*
   Un caso en el que podemos estar seguros de que podrán maximizarse beneficios para algún nivel de precios ocurre cuando los costes marginales no decrecen constantemente. Y esto debido a que se llega al equilibrio cuando el CMg tiene pendiente positiva y se intersecta con el IMg que si tiene pendiente negativa.
   c) *Para contestar a esta pregunta señalaremos lo que tiene que cumplirse en un mercado competitivo, debe cumplirse dos hipótesis:*

   Primero, tanto las empresas productoras como los demandantes de y son precio-aceptantes. Es decir, las empresas y los demandantes creen que el precio de y nunca se verá afectado por sus decisiones

   En segundo lugar, existe un único precio de venta de cualquier unidad del bien, lo cual requiere lo siguiente:
   1. El bien ya la venta no puede diferenciarse. Por ello, nadie comprará a una empresa si puede comprar a otra empresa a un precio menor.
   2. Los compradores tienen información perfecta sobre los precios que los distintos productores ponen al bien y.
   3. Los productores tienen información perfecta sobre los precios que los compradores están dispuestos a pagar.
   4. La venta y reventa del bien no supone coste alguno.

2. ¿Cuáles son los supuestos que sustentan la libre entrada y salida de empresas en un mercado

competitivo? (BÁSICO).

A continuación analizaremos lo que pasaría si las empresas productoras tuvieran la posibilidad de cerrar sus plantas y salir del mercado, y si nuevas empresas pudiesen entrar sin coste alguno; que sucedería, en especial, con el precio de equilibrio. Esta situación puede no ser muy realista en el corto plazo, pero sí es normalmente razonable en el largo plazo.
Para comenzar tendremos que hacer varios supuestos propios del modelo:

a. *Primero, toda empresa abandonará el mercado si tiene pérdidas al precio de equilibrio.*
b. *Segundo, toda empresa con cero (o más) beneficios al precio de equilibrio permanecerá en el mercado.*
c. *Tercero, una empresa entrará en el mercado si puede obtener beneficios estrictamente positivos al precio de equilibrio.*
d. *Cuarto, siempre existe una potencial entrante que puede obtener los mismos beneficios que cualquier empresa activa (por poseer la misma tecnología).*
e. *Quinto, la entrada de una nueva empresa no hará bajar tanto los precios como para hacer los beneficios negativos.*
f. *Sexto, la curva de demanda agregada del bien depende inversamente de su precio (es decir, el bien no es Giffen).*

Con estos supuestos se puede demostrar que:
Con libre entrada y salida, todas las empresas activas tendrán beneficios cero en equilibrio.
Esto se cumple dado que, en primer lugar, ninguna empresa tendrá beneficios negativos en equilibrio, porque preferirá salir del mercado a permanecer en él. Y, en segundo lugar, ninguna empresa obtendrá beneficios estrictamente positivos en equilibrio, porque entonces nuevas empresas entrarían (para obtener esos beneficios), y harían bajar el precio de equilibrio hasta que los beneficios fueran nulos.
Con libre entrada y salida, cualquier empresa activa consumirá en equilibrio el vector de factores (o escala) que minimice sus costes medios.
Se cumple por las siguientes tres razones:
Primero, en equilibrio cualquier empresa activa maximiza sus beneficios (por definición de equilibrio).
Segundo, ya se ha indicado que cualquier empresa activa obtendrá beneficios nulos en equilibrio.
Tercero, la única situación en la que una empresa maximizadota obtendría beneficios nulos es cuando el precio iguala al mínimo de los costes medios.
Para entender este tercer punto, obsérvese que una empresa siempre puede obtener beneficios mayores que cero si el precio es mayor que el coste medio mínimo (para ello, le bastaría producir a la escala eficiente), mientras que tendrá pérdidas si el precio es menor.
Un corolario importante de todo esto es que el precio de equilibrio igualará al coste medio mínimo cuando hay libre entrada y salida.

3. La curva de demanda de lecciones de golf está dada por $Q = 100 - 2P$ y la curva de oferta esta dado por $Q = 3P$.
   a. ¿Cuál es el precio de equilibrio?, ¿cuál es la cantidad de equilibrio?
   b. Un impuesto de 10 unidades monetarias se aplica sobre los consumidores. Escriba una ecuación que relacione los precios pagados por los consumidores con los precios recibidos por los vendedores.
   c. Encuentre la solución de equilibrio parcial.
   d. Un Congresista sugirió que si bien los consumidores son ricos y merecen el impuesto, los instructores son pobres y merecen un subsidio. Él propuso un subsidio de 6 u.m.

sobre la producción, mientras mantenemos el impuesto de 10 u.m. sobre el consumo. ¿Es esta política equivalente a fijar un impuesto de 4 u.m. a los consumidores? (INTERMEDIO)

Realizando cálculos, para precio y cantidad de equilibrio:

$$100-2p=3p$$

$$100=5p$$

$$\boxed{p=20}$$

$$\boxed{q=60}$$

Con un impuesto de 10, la relación entre los precios de demanda y de oferta será: $p_d = p_s + 10$ *; entonces la ecuación de la igualdad oferta y demanda será:*

$100-2p_d=3p_s$.

Solucionando el sistema de ecuaciones planteado:

$$100-2p_d=3p_s$$

$$100-2(p_s+10)=3p_s$$

$$80=5p_s$$

$$\boxed{p_s=16}$$

$$\boxed{p_d=26}$$

$$\boxed{q=48}$$

En cuanto a la propuesta del Congresista diríamos que no hay diferencia, pues, los efectos son los mismos, veamos:

$$p_d=(p_s-6)+10$$

$$p_d=p_s+4$$

El efecto del subsidio es inverso al de un impuesto por eso el signo es cambiado, al restar 6 y sumar 10 del impuesto, resulta como si aplicáramos un impuesto de 4 a las lecciones de golf.

4. En nuestro país el fútbol está poco desarrollado, pues aún falta mucho para que los clubes sean considerados verdaderas empresas de sociedades anónimas. Sin embargo, realizando un esfuerzo de imaginación, analicemos el comportamiento de este mundo si existieran funciones que describieran el comportamiento del mercado de abonos de los clubes. Veamos el caso de dos equipos de la poderosa liga de Lima Centro. El Sacachispas Condevilla, dispone de un cupo máximo de socios de 125.000. La función de demanda de abonos de los aficionados dirigida al este club es: $Q=125000-50\text{P}+100\text{P}_{SR}+10\text{m}$ Donde "P" es el precio del abono; "m" es el ingreso mensual de los aficionados, que en este caso hipotético es 9.000 soles; "P_{SR}" es el precio del abono de socio en el Sport Rímac (otro equipo de la misma liga) que es igual a 600. Se pide:

a. Calcular el precio que debería fijar el Sacachispas si desea vender exactamente los 125.000 abonos.
b. Calcular la elasticidad de demanda respecto al precio del abono del Sport Rímac, Interprete el valor y el signo obtenidos.
c. Calcular la elasticidad ingreso de demanda. Interprete el valor y el signo obtenidos.
d. El club considera que el precio adecuado de los abonos es de 2.000. Comente los problemas que provocaría este precio. (INTERMEDIO)

La igualdad oferta-demanda es la que se usa para el cálculo del precio:

$$125000 = 125000 - 50P + 100Psr + 10m$$

Resolviendo, reemplazando los datos en Psr e m.

$$50P = 100(600) + 10(9000)$$

$$P = 3000$$

Este sería el precio que debe fijar el Sacachispas Condevilla, para vender exactamente 125000 abonos.

Calculando la elasticidad respecto al precio del abono del Sport Rímac:

$$\varepsilon = \frac{P_{sr}}{Q_D}\frac{\partial Q_D}{\partial P_{sr}} = \frac{600}{125000}(100) = \frac{12}{25} \rightarrow \varepsilon = 0.48$$

Interpretando el resultado:

- El signo es positivo que nos indica cualquier variación que sufra el precio de los abonos del Sport Rímac, la demanda de los abonos del Sacachispas Condevilla seguirá el mismo sentido, ejemplo: si sube el precio de Psr entonces la demanda Q_D

Aumentará, pues, ambos abonos son sustitutos.

- En cuanto a la cantidad, es menor que uno, entonces lo que sucederá es que la variación en la demanda será menor en proporción al cambio en el precio del abono del Sport. (Inelástica)

Calculando la elasticidad ingreso de la demanda:

$$\varepsilon_Y = \frac{Y}{Q_D}\frac{\partial Q_D}{\partial Y} = \frac{9000}{125000}(10) = \frac{18}{25} \rightarrow \varepsilon = 0.72$$

Comentando: El signo de la elasticidad nos indica que ante aumento del ingreso la demanda va también en la misma relación, en otras palabras es un bien normal.

En cuanto al valor es menor que la unidad quiere decir que es relativamente inelástica la demanda respecto al ingreso, las proporciones de cambio de la demanda son menores que las proporciones de cambio del ingreso.

Para precio igual a 2000, tenemos la siguiente cantidad demandada:

$$Q_D = 125000 - 50(2000) + 100(600) + 10(9000)$$

$$Q_D = 175000$$

A este precio los consumidores estarían dispuestos a comprar 175000 abonos, lo que excede a la oferta del club. Lo que crearía un exceso de demanda cuyo ajuste sería que el precio tienda a subir hasta llegar al del equilibrio inicial (con 125000 como oferta tope)

5. El martes último, el MINCETUR hizo público los datos sobre la temporada turística del 2007. Según estimaciones del Vice-ministerio de Turismo, las principales ciudades del Perú fueron visitadas por 10 millones de turistas, de los cuales un 67,5% eran británicos y alemanes, lo que supuso unos ingresos de 650.000 millones de soles. El principal destino turístico fue Cusco, con el 76%, seguido de Arequipa, con el 13%, y, finalmente, Ancash, a donde viajó un 11% de los turistas. Los economistas del Centro de Investigaciones de la Universidad Católica han calculado la demanda y la oferta turística de estas ciudades, obteniendo las siguientes ecuaciones:

$Q_A = 4875000 - 25P$; $Q_B = 8050000 - 70P$; $Q_O = 6500000 - 50P$

$Q_C = 6950000+10P$; $Q_A = 1028500+1{,}1P$; $Q_{AR} = 1170000+2P$. Se pide:

a. Estime la demanda y oferta total por ciudad.

b. Estime los precios y cantidades de equilibrio y la distribución porcentual de turistas por ciudades.

c. Estime el número de total de turistas si el precio fuera 70000 soles y hallar la elasticidad de la demanda total y de la demanda por nacionalidades. ¿Interprete los resultados obtenidos?

d. ¿Cómo afectará al gasto turístico total si los hoteleros incrementan los precios el año próximo? ¿Será igual el impacto de la subida de precios sobre el gasto turístico de británicos, alemanes y las otras nacionalidades? ¿Por qué?

e. Calcule la elasticidad de la oferta total y de la oferta por ciudad. Analice los resultados obtenidos ¿En que ciudad aumentará porcentualmente más la oferta de plazas turísticas como consecuencia del futuro aumento de los precios? (AVANZADO)

a) Ecuaciones de Demanda: alemanes $\rightarrow Q_A = 4875000 - 25P$

Británicos $\rightarrow Q_B = 8050000 - 70P$

Otros $\rightarrow Q_O = 6500000 - 50P$

Demanda Total $\rightarrow Q_T = 19425000 - 145P$

Ecuaciones de Oferta: Cuzco $\rightarrow Q_C = 6950000 + 10P$

Ancash $\rightarrow Q_A = 1028500 + 1.1P$

Arequipa $\rightarrow Q_{AR} = 1170000 + 2P$

Oferta Total $\rightarrow Q_T = 9148500 + 13.1P$

Cálculos: Oferta Total = Demanda Total

$$9148500 + 13.1P = 19425000 - 145P$$

$$145P + 13.1P = 19425000 - 9148500$$

$$158.1P = 10276500$$

$$\boxed{P = 65000}$$

$$\boxed{Q_T = 10000000}$$

Estos son los valores de equilibrio para oferta y demanda total.

b) Para encontrar la distribución de los turistas por nacionalidades, tenemos que reemplazar el precio de equilibrio en cada ecuación de demanda:

$$Q_A = 4875000 - 25P \rightarrow 4875000 - 25(65000) \rightarrow Q_A = 3250000$$

$$Q_B = 8050000 - 70P \rightarrow 8050000 - 70(65000) \rightarrow Q_B = 3500000$$

$$Q_O = 6500000 - 50P \rightarrow 6500000 - 50(65000) \rightarrow Q_O = 3250000$$

En el caso de las ofertas por ciudad, reemplazaremos en las funciones de oferta:

$$Q_C = 6950000 + 10P \rightarrow 6950000 + 10(65000) \rightarrow Q_C = 7600000$$

$$Q_A = 1028500 + 1.1P \rightarrow 1028500 + 1.1(65000) \rightarrow Q_A = 1100000$$

$$Q_{AR} = 1170000 + 2P \rightarrow 1170000 + 2(65000) \rightarrow Q_{AR} = 1300000$$

c) El cálculo de la demanda total ante el cambio del precio a 70000 sería:

$$Q_T = 19425000 - 145P \rightarrow 19425000 - 145(70000) \rightarrow Q_T = 9275000$$

Para el cálculo de la elasticidad de demanda tenemos que tomar los cambios puntuales de 65000 a 70000, en el caso del precio, asimismo en la cantidad.

$$\varepsilon_D = \frac{65000}{10000000}\left(\frac{9275000 - 10000000}{70000 - 65000}\right) \rightarrow \varepsilon_D = -0.9425$$

En el caso de las elasticidades de cada nacionalidad, tenemos que calcular las demandas ante el cambio en el precio:

$$Q_A = 4875000 - 25P \rightarrow 4875000 - 25(70000) \rightarrow Q_A = 31250000$$

$$Q_B = 8050000 - 70P \rightarrow 8050000 - 70(70000) \rightarrow Q_B = 3150000$$

$$Q_O = 6500000 - 50P \rightarrow 6500000 - 50(70000) \rightarrow Q_O = 3000000$$

Con estos valores podemos calcular las elasticidades de cada nacionalidad:

$$\varepsilon_{DA} = \frac{65000}{10000000}\left(\frac{3125000-3250000}{70000-65000}\right) \rightarrow \varepsilon_{DA} = -0.1625$$

$$\varepsilon_{DB} = \frac{65000}{10000000}\left(\frac{3150000-3500000}{70000-65000}\right) \rightarrow \varepsilon_{DB} = -0.455$$

$$\varepsilon_{DO} = \frac{65000}{10000000}\left(\frac{3000000-3250000}{70000-65000}\right) \rightarrow \varepsilon_{DO} = -0.325$$

La interpretación de los valores hallados de las elasticidades es que en todos los casos se puede considerar que las demandas son inelásticas pues las variaciones proporcionales son negativas y menores que menos uno, quiere decir que si bien el comportamiento es normal es menos que proporcional al cambio de los precios. Una cosa a considerar es que en el caso de la demanda total el valor es cercano a menos uno, que es diferente al comportamiento de las demandas individuales.

d) En cuanto al gasto turístico la variación es la siguiente:

Antes del cambio de precios: $Q_T * P = 65000*10000000 = 650000000000$

Después del cambio: $Q_T * P = 70000*9275000 = 649250000000$

Implica que hay una baja de 750 millones, en el caso que suba el precio.

El impacto por nacionalidad sería:

$$Q_A * P = 3125000*70000 = 218750000000$$

$$Q_B * P = 3150000*70000 = 220500000000$$

$$Q_O * P = 3000000*70000 = 210000000000$$

Que respecto a lo que era antes:

$$Q_A * 65000 = 3250000*65000 = 211250000000$$

$$Q_B * 65000 = 3500000*65000 = 227500000000$$

$$Q_O * 65000 = 3250000*65000 = 211250000000$$

Los cambios en los gastos por nacionalidad serían:

Alemanes $\rightarrow 218750000000 - 211250000000 = 7500000000$

Británicos $\rightarrow 220500000000 - 227500000000 = -7000000000$

Otros $\rightarrow 210000000000 - 211250000000 = -1250000000$

La diferencia de comportamiento es notoria, en el caso de los turistas alemanes, al contrario de disminuir ha aumentado en 7500 millones, no así los gastos de los turistas británicos que disminuiría en 7000 millones, las otras nacionalidades disminuye también en 1250 millones.

La razón de este comportamiento lo vemos en las elasticidades, la elasticidad de la demanda de los turistas alemanes es negativa pero más cercano a cero, o sea que el cambio en los precios no le afecta tanto como a otras nacionalidades, de allí que los cambios son relativamente pequeños.

e) La oferta ante el cambio del precio la debemos calcular reemplazando el nuevo precio en la función de oferta total y en cada una de las funciones de oferta de cada ciudad, veamos:

$$Q_C = 6950000 + 10(70000) = 7650000$$

$$Q_A = 1028500 + 1.1(70000) = 1105500$$

$$Q_{AR} = 1170000 + 2(70000) = 1310000$$

$$Q_T = 9148500 + 13.1(70000) = 10065500$$

Con estos valores podemos calcular las elasticidades de la oferta, que nos va permitir comentar las consecuencias del aumento del precio en la oferta.

$$\varepsilon_O = \frac{65000}{10000000}\left(\frac{10065500 - 10000000}{70000 - 65000}\right) = 0.08515$$

$$\varepsilon_C = \frac{65000}{7600000}\left(\frac{7650000 - 7600000}{70000 - 65000}\right) = 0.0855$$

$$\varepsilon_A = \frac{65000}{1100000}\left(\frac{1105500 - 1100000}{70000 - 65000}\right) = 0.065$$

$$\varepsilon_{AR} = \frac{65000}{1300000}\left(\frac{1310000 - 1300000}{70000 - 65000}\right) = 0.1$$

Donde ε_O es la elasticidad de la oferta total. Lo que se afirma con estos resultados es que, si bien la relación que existe entre los cambios en los precios y los cambios en la oferta es directa; el valor de las elasticidades, en especial, el de la oferta total, son pequeños y cercanos a cero; lo que nos hace pensar en que los cambios porcentuales en el precio no modifican grandemente la oferta.
La elasticidad de la ciudad de Arequipa es mayor que las demás, relativamente es más elástica y su reacción con el precio es más directa que las otras elasticidades.

6. Las funciones de demanda y oferta de un bien son: q = 120 - 4p; q = 2p – 30.
   a) ¿Cuál son el precio y la cantidad de equilibrio del bien?
   b) Un cambio en el clima afecta directamente a la oferta reduciéndola a 2p - 60, mientras que la demanda permanece inalterable. Calcular el nuevo precio de equilibrio y la cantidad de equilibrio. Explique la situación que se ha presentado y diga si hay necesidad de la intervención estatal para mejorar la situación de ese mercado. (BÁSICO)

***a)** Veamos el cálculo de precio y cantidad de equilibrio:*
En el equilibrio se tiene que oferta = demanda, se forma esa ecuación y se procede a encontrar los valores de equilibrio.

Demanda ⟶ $q = 120 - 4p$

Oferta ⟶ $q = 2p - 30$

Ecuación de equilibrio: $2p - 30 = 120 - 4p$

$$2p + 4p = 120 + 30$$

$$6p = 150$$

Resolviendo $\boxed{p = 25}$

$$\boxed{q = 20}$$

***b)** En este caso, como la curva de oferta ha variado a 2p-60; los cálculos serían:*

$$120 - 4p = 2p - 60$$

$$180 = 6p$$

$$\boxed{p = 30}$$

$$\boxed{q = 0}$$

La situación que se ha presentado es que al nuevo precio los consumidores no estarían dispuestos a comprar, y, a su vez, la nueva curva de oferta es bastante restrictiva de tal forma que los productores tampoco estarían dispuestos a vender. Hay una falla de mercado generada por una variable exógena como es el clima; tendría que intervenir el gobierno para que se pueda restablecerse el equilibrio. Una de las formas de intervención sería a través de un subsidio doble, tanto al productor, que permita que estén dispuestos a ofrecer y, a su vez al consumidor. La otra solución es que el Estado asuma la producción en ese mercado dado que ningún empresario estaría dispuesto a ofrecer a ese precio, por lo menos *hasta que pase la situación de emergencia.*

Otra posible solución es que la curva de demanda se traslade hacia arriba y a la derecha, esto se lograría mejorando el ingreso: incremento del salario mínimo, por ejemplo. Implica que la demanda se modifique en el interfecto, no en la pendiente, un ejemplo podría ser que la demanda se modifique a: 180-4p, haciendo los cálculos tendríamos:

$$\text{Oferta} = \text{Demanda}$$
$$2p - 60 = 180 - 4p$$
$$2p + 4p = 180 + 60$$
$$6p = 240$$
$$\boxed{p = 40}$$
$$\boxed{q = 20}$$

Se restablece el equilibrio para un precio más elevado y a un mismo nivel de producción.

7. Las funciones de oferta y de demanda de buses, Q = 40 - P, Q = l0+P.
   a) Calcular el precio y la cantidad de equilibrio.
   b) Supongamos que el gobierno decide restringir la producción de buses, de manera que se vendan solamente 20 por cada campaña. ¿A qué precio serán demandados estos buses? ¿Cuánta cantidad estarán dispuestos a ofrecer los productores a ese precio? ¿A qué precio ofrecerán los productores solamente 20 unidades? (BÁSICO)

   *a) Cálculo de precio y cantidad de equilibrio antes de la restricción, veamo**s:***

$$10 + p = 40 - p$$
$$2p = 30$$
$$\boxed{p = 15}$$
$$\boxed{q = 25}$$

   b) Para ver el precio a esas nuevas condiciones reemplazaremos en la curva de demanda:

$$20 = 40 - p$$
$$p = 20$$

   Es un precio mayor al de equilibrio, por tanto ocurrirá cambios en los consumidores y vendedores.
   c) A ese precio los vendedores ofrecerán:

$$q = 10 + 20$$
$$q = 30$$

   Y es lógico pues el precio es mayor. De allí que quisieran vender más.
   d) Pero lo que se exige es que se importe sólo 20, entonces:

$$20 = 10 + p$$
$$p = 10$$

   *El precio para el cual los importadores venderían 20 es menor, eso quiere decir que hay un excedente generado por la diferencia de precio (20-10=10) a favor del vendedor (sus ingresos aumentarían en 10*20=200). Situación generada por la intervención del gobierno, que hace que las condiciones de equilibrio se alteren.*

8. La empresa concesionaria del Parque Las Aguas está planteando rebajar el precio de la entrada. Actualmente cobra 6 soles y el Parque es visitado diariamente por 2400 personas. Una consultora, contratada para hacer el trabajo, ha estimado que todavía hay unas 600 personas que estarían dispuestos a visitarlo pero se resisten a pagar el valor de la entrada;

también estimó que la función Q = 6000 – 600P describe la demanda diaria del Parque. Se pide:

a) ¿Cuál es la elasticidad de la demanda?

b) Sobre la base de su respuesta anterior, si la concesionaria del Parque persigue aumentar sus ingresos ¿le aconsejaría que disminuya el precio de la entrada? (INTERMEDIO)

a) Encontrando la elasticidad de la demanda:

$$\varepsilon_d = \frac{6}{2400}\left(\frac{\partial Q}{\partial P}\right) = \frac{6}{2400}\left(\frac{\partial(6000-600P)}{\partial P}\right)$$

$$\varepsilon_d = \frac{6}{2400}(-600) = -\frac{3}{2}$$

$$\varepsilon_d = -1.5$$

b) De acuerdo al resultado en a) la demanda es elástica, esto implica que ante un cambio en el precio los consumidores responden más que proporcionalmente. Por lo tanto si el concesionario del Parque las Aguas quiere aumentar sus ingresos, debe tomar en cuenta que un aumento del precio daría como resultado una disminución de los visitantes, más aún si existen 600 que se resisten a pagar el actual precio de entrada. El consejo sería, más bien lo contrario, disminuir el precio para permitir que aumenten los visitantes.

c) Si quiere romper la resistencia de las 600 personas (potenciales visitantes) debería realizar el siguiente cálculo: ¿qué precio debe fijar para que la demanda se incremente en 600?

$$2400 + 600 = 6000 - 600P_1$$

$$600P_1 = 6000 - 3000$$

$$\boxed{P_1 = 5}$$

Otra forma de calcular sería a través de la elasticidad, ante los cambios de aumentar la demanda en 600.

$$-1.5 = \frac{6}{2400}\left(\frac{600}{P_1 - 6}\right)$$

$$Operando:$$

$$\frac{(-1,5)*2400}{6} = \frac{600}{P_1 - 6}$$

$$P_1 = \frac{6*600}{(-1.5)*2400} + 6$$

$$P_1 = -1 + 6 \rightarrow \boxed{P_1 = 5}$$

9. La función de demanda de un bien de consumo es Q=1000-10P. La función de oferta para el bien Q=100+20P. Por cada unidad vendida, el gobierno cobra un impuesto igual a la mitad del precio pagado por los consumidores. Se pide calcular:
   a) El precio y cantidad de equilibrio, si no se aplicara el impuesto.
   b) Los valores para cuando se aplica el impuesto.
   c) ¿Qué podría afirmarse?, ¿cuál de las situaciones es mejor?, y ¿para quién? (INTERMEDIO).

   a) Antes del impuesto los valores del equilibrio serían:

$$1000 - 10p = 100 + 20p$$
$$900 = 30p$$
$$\boxed{p = 30}$$
$$\boxed{q = 700}$$

b) Para cuando se aplica el impuesto, los cálculos que haríamos serán:

$$1000 - 10p_d = 100 + 20p_s$$

El gobierno recauda un impuesto igual a la mitad del precio pagado por los consumidores, los vendedores, entonces, sólo obtienen la mitad del pago de los consumidores, lo que significa que:

$$p_s = \frac{p_d}{2}$$

Ahora tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas: p_s y p_d. Sustituyendo está relación en la primera ecuación tendremos:

$$1000 - 10p_d = 100 + 20\left(\frac{p_d}{2}\right)$$
$$1000 - 10p_d = 100 + 10p_d$$
$$900 = 20p_d$$
$$\boxed{p_d = 45}$$
$$\boxed{p_s = 22.5}$$
$$\boxed{q = 550}$$

c) Los valores hallados nos demuestran que con el impuesto se perjudican tanto consumidor, que paga más, como vendedor, que recibe menos; y las cantidad intercambiada en el mercado es menor que la del equilibrio sin impuesto. Numéricamente tenemos:

Consumidor $\longrightarrow$
$$Antes: gasto \rightarrow p*q = 30*700 = 21000$$
$$Despues: gasto \rightarrow p_d*q = 45*550 = 24750$$

Significa que por menos productos tiene que pagar más, 3750 más, y recibe 150 productos menos.

Productor $\longrightarrow$
$$Antes: ingreso \rightarrow p*q = 30*700 = 21000$$
$$Despues: ingreso \rightarrow p_s*q = 22.5*550 = 12375$$

Este recibe 8625 menos de ingreso, y vende 150 productos menos, que así lo venda, a ese precio, el ingreso disminuiría considerablemente.
Realizando un cuadro comparativo:

	CONSUMIDOR		*VENDEDOR*	
	PRODUCTOS	*GASTO*	*PRODUCTOS*	*INGRESOS*
ANTES DEL IMPUESTO	*700*	*21000*	*700*	*21000*
DESPUES DEL IMPUESTO	*550*	*24750*	*550*	*12375*
PÉRDIDA O GANANCIA	*-150*	*3750*	*-150*	*-8625*

Ambos se perjudicarían, aunque la magnitud de las pérdidas es mayor en el productor, pues, dejaría de ganar más de lo que tendría que pagar adicionalmente los consumidores; de todas maneras la alteración del equilibrio es considerable.

10. José Tola y Miguel Andía son dos escultores del siglo pasado, no tan conocidos por el público conocedor. La producción total de esculturas de José Tola que se conservan es de 100 y la producción total de Miguel Andía que se conservan es de 150. Los dos escultores son considerados por los entendidos como de estilos muy similares, por lo tanto, la demanda relativa a las esculturas de cada pintor depende no sólo del precio de su propia obra sino también del precio de la obra del otro escultor. La función de demanda de las esculturas de Tola es $Q_T = 200 - 4P_T - 2P_A$; y la función de demanda de las esculturas de Andía es $Q_A = 200 - 3P_A – P_T$.
    a) Determine el precio de equilibrio de una escultura de José Tola y de una de Miguel Andía.
    b) En el último terremoto ocurrido en Ica, donde se encontraban algunas de las obras de José Tola, se destruyeron 10 de las obras de este escultor. Después del terremoto ¿cuál será el precio de equilibrio de las esculturas de Tola y cuál el de las esculturas de Andía? Analice estos resultados, aparentemente contradictorios. (INTERMEDIO)

a) En este caso tendremos que igualar la producción total de las esculturas de Tola y Andía, la oferta, con la función de demanda especificada para cada uno:

$$i)100 = 200 - 4p_T - 2p_A$$

$$ii)150 = 200 - 3p_A - p_T$$

Resolviendo obtenemos los precios de equilibrio:

$$i)4p_T + 2p_A = 100 \rightarrow 2p_T + p_A = 50$$

$$ii)3p_A + p_T = 50 \rightarrow p_T + 3p_A = 50$$

Los precios son:

$$2(50 - 3p_A) + p_A = 50$$

$$50 = 5p_A$$

$$\boxed{p_A = 10}$$

$$\boxed{p_T = 20}$$

b) En el caso de la situación después del terremoto haríamos los siguientes cálculos:

$$i)90 = 200 - 4p_T - 2p_A \rightarrow 4p_T + 2p_A = 110 \rightarrow 2p_T + p_A = 55$$

$$ii)150 = 200 - 3p_A - p_T \rightarrow 3p_A + p_T = 50 \rightarrow p_T + 3p_A = 50$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones tendremos:

$$\boxed{p_A = 9}$$

$$\boxed{p_T = 23}$$

c) Comparando la situación resulta que las esculturas de Tola obtendrían más ingresos, pese a que disminuyeron las obras; y contradictoriamente las esculturas de Andía obtienen menores ingresos, como se ve en el cuadro:

	TOLA		ANDIA	
	ANTES DE	DESPUES DE	ANTES DE	DESPUES DE
PRECIO	20	23	10	9
CANTIDAD	100	90	150	150
INGRESOS	2000	2070	1500	1350

Un factor para la nueva situación es la interdependencia que hay entre las dos demandas respecto a los precios; y la otra es la sensibilidad de las esculturas de Tola respecto a los precios es mayor que la de Andía (eso se ve en las pendientes que tienen cada una en las funciones); en condiciones "normales" los ingresos de las esculturas de Andía no deberían variar.

Capítulo 6

Monopolio y Monopsonio: Solucionario

1. Un monopolista se enfrenta a la función de demanda $Q = A - P$, con una función de costos $CT = KQ$. Si los costos medios se incrementan en un nuevo sol, ¿en qué proporción se incrementará el precio del monopolista? ¿Por qué? (BÁSICO).

   Primero vamos a determinar el precio del monopolista antes del incremento en los costos medios. La función inversa de demanda del monopolista es $P = A - Q$ y entonces la función de ingreso marginal es $IMg = A - 2Q$. Recuerde que si la función inversa de demanda es lineal, la función ingreso marginal es también lineal, con el mismo intercepto vertical y una pendiente el doble de la inversa de demanda.

   El costo marginal se obtiene de la función de costo total, $CMg = K$. El costo marginal del monopolista es constante e igual a K. El nivel de producción que maximiza el beneficio, se encuentra allí donde el ingreso marginal es igual al costo marginal: $A - 2Q = K$ y el nivel de producción es $Q_M^* = \frac{A-K}{2}$. Reemplazando este resultado en la función inversa de demanda, obtenemos el precio del monopolista, $P = A - \left(\frac{A-K}{2}\right) \rightarrow P_M^* = \frac{A+K}{2}$. En consecuencia, si la demanda es lineal y el costo marginal es constante, el precio del monopolista es $P_M^* = \frac{A+K}{2}$, donde A es el precio de entrada al mercado por el lado de los consumidores, y K es el costo medio e igual al costo marginal.

   ¿Qué impacto tendrá sobre el precio el incremento del costo marginal en 1 nuevo sol? La nueva función de costo marginal es $CMg' = K + 1$. Para hallar el nivel de producción que maximiza el beneficio hacemos $A - 2Q = K + 1 \rightarrow Q_M^* = \frac{A-K-1}{2}$. Y reemplazando este resultado en la función inversa de demanda, obtenemos el nuevo precio del monopolista. $P = A - \left(\frac{A-K-1}{2}\right) \rightarrow P_M^* = \frac{A+K+1}{2}$. Comparando el precio después del incremento en el costo marginal, con la situación inicial, se concluye que si el costo marginal sube en 1 nuevo sol, el precio del monopolista sube en
   $\Delta P = \frac{A+K+1}{2} - \frac{A+K}{2} = \frac{1}{2}$ *Nuevos soles.*

2. Comente: Un monopolista que se enfrenta a la función de demanda $QP^2 = M$, siempre fijará un precio igual al doble del costo marginal si busca maximizar el beneficio. (BÁSICO).

   Si la función de demanda es implícita bajo la forma $QP^2 = M$, la función explícita de demanda es $Q = MP^{-2}$. La forma de esta curva de demanda es del tipo hipérbola rectangular. Vamos a estimar la elasticidad precio de demanda. Primero tomamos la *pendiente de la función de demanda* $\frac{dQ}{dP} = -2MP^{-3}$ *. Y como la fórmula de la elasticidad precio de demanda es igual a la pendiente de la función multiplicada por las coordenadas del punto donde medimos la elasticidad, el resultado es* $\varepsilon = \frac{dQ}{dP}\frac{P}{Q} \rightarrow = \varepsilon = \left(-2MP^{-3}\right)\left(\frac{P}{Q}\right) = \left(-2MP^{-3}\right)\left(\frac{P}{MP^{-2}}\right) = -2$*. En consecuencia, la demanda implícita* $QP^2 = M$ *tiene una elasticidad elástica de -2 en todo su recorrido. Y el índice de Lerner para este monopolista es* $L = -\frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{2}$ *y entonces* $L = \frac{P - CMg}{P} = \frac{1}{2} \rightarrow P = 2\text{CMg}$*. Y el monopolista cuando maximiza beneficios, fija un precio igual al doble de su costo marginal.*

3. Suponga que Ud. es un monopolista que se enfrenta a una función de demanda lineal con costos medios constantes. Analice su política de precios si
   a) Actúa como un monopolista maximizador de beneficios de precio único
   b) Actúa como un monopolista maximizador de beneficios discriminador perfecto de precios
   c) Actúa como un monopolista maximizador de beneficios que practica la tarifa en dos tramos para consumidores homogéneos.

   (Analice cada caso considerando el beneficio comparado y el bienestar comparado).alta. (INTERMEDIO).

Si la demanda es lineal y los costos medios son constantes, entonces los costos marginales son constantes e iguales a los costos medios. Supongamos que el costo marginal es igual a K y que la inversa de demanda está dada por $P = a - bQ$*. Analizaremos la política de precios en los siguientes escenarios:*

a) Monopolista maximizador de beneficios de precio único, MPU. Iguala el ingreso marginal con el costo marginal para determinar la producción que mazimiza el beneficio. $IMg = a - 2\text{bQ} = K \rightarrow Q^*_{MPU} = \frac{a-K}{2b}$ *Y ahora se determina el precio en la función inversa de demanda.* $P = a - bQ \rightarrow P^*_{MPU} = \frac{a+K}{2}$*. El beneficio que se obtiene es igual al beneficio por unidad, que es a su vez igual al precio menos el costo medio, multiplicado por el volumen de producción.* $\pi = \left(P - CMe\right)Q = \left(\frac{a-K}{2}\right)\left(\frac{a-K}{2b}\right)$.

b) Monopolista maximizador de beneficios discriminador perfecto de precios. En este caso lleva la producción hasta el nivel donde la inversa de demanda es igual al costo marginal. Es decir $P = a - bQ = K \rightarrow Q^*_{DPP} = \frac{a-K}{b}$*. Observe que la producción bajo este escenario es el doble que en el escenario anterior. Cada unidad que se vende se vende al precio de demanda. Y cada unidad que se vende genera un beneficio igual al precio de demanda menos el costo medio. En consecuencia, el beneficio total es igual al área debajo de la curva de demanda y hasta el precio igual al costo medio igual al costo marginal. Esto es el excedente del consumidor.*

El área del excedente del consumidor es el área del triángulo cuya base es igual al nivel de producción , $\frac{a-K}{b}$*, y cuya altura es igual a la distancia entre el intercepto vertical, a y el* *costo medio K, a – K. En consecuencia, el beneficio es* $\pi = \left(\frac{a-K}{2b}\right)(a-K) = \frac{(a-K)^2}{2b}$*. Se puede apreciar que en este escenario la producción es el doble y el beneficio el doble.*

c) Monopolista maximizador de beneficios con tarifa en dos tramos para consumidores homogéneos. Este escenario es, en términos prácticos, igual al anterior. El precio es único e igual al costo marginal e igual al costo medio. Los beneficios por ventas son nulos. Pero se cobra un derecho de acceso al mercado que es igual al excedente del consumidor. El nivel de producción se encuentra allí donde la inversa de demanda se corta con el costo marginal. Por lo tanto la producción es el doble y el beneficio es el doble que el que se obtiene como monopolista de precio único.

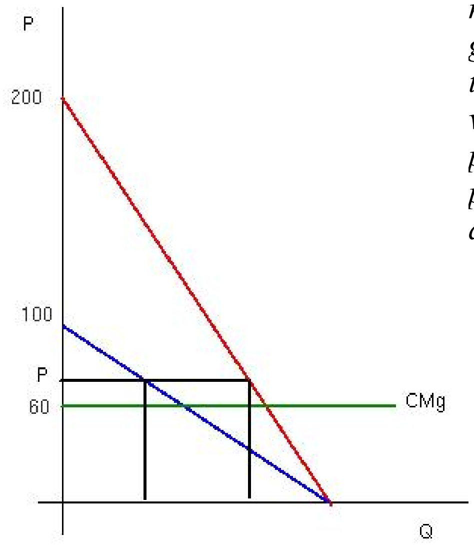
En consecuencia, desde el punto de vista del beneficio del monopolista, es preferible la discriminación perfecta de precios o la tarifa en dos tramos, que el precio único. Y desde el punto de vista del bienestar también. Porque la producción se lleva al nivel de la industria competitiva, donde la inversa de demanda es igual al costo marginal.

Sin embargo, en el caso del monopolista de precio único, el bienestar se distribuye entre el monopolista y el consumidor, mientras que en la discriminación perfecta de precios y en la tarifa en dos tramos, el bienestar es sólo del monopolista. Aquí hay un problema de equidad.

4. Un monopolista vende su producto en el Callao cuya función de demanda es $P = 100 - Q$. También vende en Lince donde la función de demanda es $P = 100 - 2Q$. Y también vende en Magdalena donde la función de demanda es $P = 100 - 1{,}5Q$. Su producción tiene un costo variable medio igual a 50. Para maximizar el beneficio el monopolista quiere practicar la discriminación de precios de tercer grado. Pero cuando lo consulta a un experto en el tema, éste lo desanima y más bien lo anima a vender en todos los mercados a un mismo precio. Comente.alta. (INTERMEDIO)

Como el costo variable medio es 50, el costo variable es 50Q y el costo marginal es constante e igual a 50. Por otro lado, las tres curvas de demanda son lineales y tienen el mismo intercepto vertical. Esto significa que la curva de demanda del mercado también será lineal y también tendrá el mismo intercepto vertical. Y la curva de ingreso marginal del mercado, igualmente será lineal y con una pendiente el doble de la curva de demanda del mercado. La intersección de la curva de ingreso marginal del mercado con la curva de costo marginal, que es constante, se dará a un nivel de producción donde el costo marginal seguirá siendo el mismo.

Y al igual el costo marginal con cada uno de los ingresos marginales de cada uno de los tres mercados, vamos a obtener un nivel de producción que genera el mismo precio en cada mercado. ¿Por qué? Porque tratándose de funciones lineales con el mismo intercepto vertical, la elasticidad precio de demanda para cada nivel de precio es la misma en cada mercado. Y si las elasticidades precios de demanda son iguales, no tiene sentido la práctica de la discriminación de precios de tercer grado.



5. Un monopolista se enfrenta a dos tipos de clientes, $P = 100 - 2Q$ y $P = 200 - 4Q$. El costo medio es constante e igual a 60. Encuentre el precio y la tarifa

que maximizan el beneficio. (AVANZADO)

Como se trata de clientes diferentes, el precio debe ser superior al costo marginal y la tarifa debe ser la que corresponde al excedente del consumidor de menor demanda. En este caso $Q = 50 - \frac{P}{2}$. *La demanda al precio P de parte del consumidor de mayor demanda es* $Q = 50 - \frac{P}{4}$. *Entonces tenemos la demanda de cada consumidor al precio P y podemos hallar el beneficio total por ventas. El beneficio por unidad es igual al precio menos el costo medio,* $P-60$. *Y el beneficio por ventas al consumidor de menor demanda es* $(P-60)\left(50-\frac{P}{2}\right)$.*El beneficio por ventas al consumidor de mayor demanda es* $(P-60)\left(50-\frac{P}{4}\right)$. *Y el beneficio total por ventas es igual a* $(P-60)\left(50-\frac{P}{2}\right)+(P-60)\left(50-\frac{P}{4}\right)$. *De otro lado el beneficio que se obtiene por la tarifa es igual a la tarifa que paga cada consumidor y ésta es igual al excedente del consumidor de menor demanda. Observando el gráfico de la izquierda, la tarifa es* $(100-P)\left(50-\frac{P}{2}\right)/2$ *y como la tarifa la pagan los dos consumidores el beneficio total por la tarifa es* $(100-P)\left(50-\frac{P}{2}\right)$. *En consecuencia, el beneficio total es igual al beneficio por ventas más el beneficio por la tarifa y es igual a* $\pi = (P-60)\left(50-\frac{P}{2}\right)+(P-60)\left(50-\frac{P}{4}\right)+(100-P)\left(50-\frac{P}{2}\right)$. *Ahora podemos hallar el precio maximizando la función beneficio. Derivando con relación al precio e igualando a cero se halla* $P^* = 90$ *y la tarifa* $T = 25$.

6. La empresa de Lady Namica tiene una función de producción $q = L^{1/2}K^{1/2}$; siendo los precios de los factores $W_L = 2; W_K = 1$. Si la demanda de marcado es $q = 100 - 2P$. (INTERMEDIO)
   a) Encuentre la solución bajo monopolio de precio único.
   b) Si K=16, encuentre la solución bajo monopolio de precio único.
   c) Estime la elasticidad precio de demanda donde opera el monopolista.
   d) Estime la solución bajo competencia.

   a) Primero vamos a encontrar la función de costos de largo plazo de la empresa. Se trata de resolver el siguiente problema:

$$\begin{aligned} &Min\ C = 2L + K \\ &s.a \\ &\quad L^{1/2}K^{1/2} = q \end{aligned}$$

Igualamos la pendiente de la isocuanta con la pendiente de la isocosto:

$$TTS_L = \frac{PmgL}{PmgK} = \frac{W_L}{W_K}$$

$$Si\ PmgL = \frac{1}{2}L^{-1/2}K^{1/2}$$

$$PmgK = \frac{1}{2}L^{1/2}K^{-1/2} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{2}{1} \Rightarrow K^* = 2L \ \textit{Sustituyendo en la función de producción}$$

$$\left. L^* = \frac{q^2}{2} \wedge K^* = q^2 \right\} \textit{Las demandas condicionadas de los factores de produccion}$$

Reemplazando en la ecuación de costos L^* *y* K^* *obtenemos la función de costos mínimos a largo plazo.*

$$CT(q) = \frac{2q^2}{2} + q^2 = 2q^2$$

Para maximizar beneficios se debe cumplir que $Img(q^*) = Cmg(q^*)$ *. Ya tenemos la función de costos de largo plazo, y entonces la función de costo marginal es* $CMg = 4q$ *. Y partiendo de la curva de demanda del mercado:*

$$q = 100 - 2P \Rightarrow P = 50 - \frac{q}{2}$$

$$Img = 50 - q \leftarrow \textit{Determinando el ingreso marginal y aplicando la regla de oro:}$$

$$Img = Cmg$$
$$\Rightarrow 50 - q^* = 4q^*$$
$$10 = q^*$$

El precio que fijara el monopolista a ese nivel de producción maximizador de beneficios será:

$$P^* = 50 - \frac{(10)}{2} = 4$$

b) Si K = 16, corto plazo, entonces la función de producción es:

$$q = 4L^{1/2} \Rightarrow L^* = (\frac{q^2}{4})$$

Reemplazando en la ecuación de costos obtenemos la función de costos a corto plazo:

$$C = 2L + 16$$

$$CT(q) = \frac{q^2}{8} + 16$$

$$\Rightarrow CmeCP = \frac{q}{8} + \frac{16}{q}$$

$$CmgCP = \frac{q}{4}$$

El nivel de producción que maximiza beneficios se determina por la regla de oro:

$$Img = 50 - q = CmgCP$$

$$50 = \frac{5}{4}q^* \Rightarrow q^* = 40$$

El monopolista fijará el nivel de precios asociado a este nivel de producción maximizador de utilidades

$$P^* = 50 - \frac{(40)}{2} = 30$$

c) En el corto y en el largo plazo la empresa produce en el tramo elástico de la curva de demanda. Esto es así porque:

$$Img(q) = P\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right)$$

$$\underbrace{Si\ |\varepsilon| > 1}_{\text{demanda elástica}} \Rightarrow Img > 0$$

$$\underbrace{Si\ |\varepsilon| = 1}_{\substack{\text{demanda con} \\ \text{elasticidad} \\ \text{unitaria}}} \Rightarrow Img = 0$$

$$\underbrace{Si\ |\varepsilon| < 1}_{\text{demanda inelástica}} \Rightarrow Img < 0$$

Ninguna empresa que tenga poder de mercado (curva de demanda con pendiente negativa) producirá cuando $Img < 0$ *(*$|\varepsilon| < 1$*). Para el caso de una función de demanda lineal las zonas donde hay elasticidad unitaria, elástica e inelástica están bien definidas. Para una cantidad demandada menor a cincuenta la demanda es elástica, para* $q = 50$ *la elasticidad es unitaria y para* $q > 50$ *la elasticidad es inelástica.*

Ya que la empresa monopolica (y en general empresas con poder de mercado) produce en la parte elástica de su demanda, le convendría producir en la zona más inelástica de la parte elástica, pues a una proporción menor de precios sus ventas se incrementaran en más de esa proporción lo que provocará que sus ingresos totales se incrementen.

d) Si la empresa se comporta como una industria competitiva, la regla de oro pasa a ser:

$$P = Cmg$$

Y en el largo plazo:

$$P = 50 - \frac{q^*}{2} = \underbrace{4q^*}_{CmgLP} \Rightarrow q^*_{LP} = \frac{100}{9} \wedge P^*_{LP} = \frac{400}{9}$$

Y en el corto plazo:

$$P = 50 - \frac{q^*}{2} = \frac{q^*}{4} \Rightarrow q^*_{CP} = \frac{200}{3} \wedge P^*_{CP} = \frac{200}{12}$$

7. La empresa de Jaime Esquino exporta a Ecuador y Chile. La demanda en Ecuador está dada por $P = 50 - \frac{Q}{2}$, mientras que en Chile viene dada por $Q = 200 - 2\text{P}$. Para poder atender la producción, Jaime Esquino cuenta con dos plantas de producción. Los costos de la primera planta son $CT_1 = 100 + \frac{Q^2}{8}$. Y los costos de la segunda planta son $CT_2 = 50 + \frac{Q^2}{4}$. Con esta información se le pide: (INTERMEDIO)

   a) Estime la producción de la planta 1
   b) Estime la producción de la planta 2
   c) Estime las ventas en Ecuador
   d) Estime las ventas en Chile
   e) Estime el precio en Ecuador
   f) Estime el precio en Chile
   g) Estime el beneficio.

a) *Se trata de un modelo de monopolio multiplanta discriminador de precios de tercer grado. Para estimar la producción en la planta uno, primero determinamos el costo marginal del monopolista. Luego hay que determinar el ingreso marginal del monopolista. Y se aplica la regla de oro, igualando el ingreso marginal con el costo marginal del monopolista. Aquí se halla el nivel de producción que maximiza el beneficio. Y se estima el ingreso marginal para este nivel de producción. Entonces igualamos este ingreso marginal con el costo marginal de la planta 1 y hallamos la producción para esta planta.*

$$CT_1 = 100 + \frac{Q^2}{8} \to CMg_1 = \frac{Q}{4} \to Q_1 = 4\text{CMg}$$

$$CT_2 = 50 + \frac{Q^2}{4} \to CMg_2 = \frac{Q}{2} \to Q_2 = 2\text{CMg}$$

$Q_1 + Q_2 = Q = 6\text{CMg} \to CMg = \frac{Q}{6}$ *Que es la función de costo marginal del monopolista. Vamos ahora a estimar el ingreso marginal:*

$$P = 50 - \frac{Q}{2} \to P = 50 - \frac{Q_E}{2} \to Q_E = 100 - 2\text{P}$$

$$Q = 200 - 2\text{P} \to Q_{Ch} = 200 - 2\text{P}$$

$Q_E + Q_{Ch} = Q = 300 - 4P \rightarrow P = 75 - \frac{Q}{4} \rightarrow IMg = 75 - \frac{Q}{2}$ *Que es la función de ingreso marginal del monopolista. Ahora podemos aplicar la regla de oro:*

$IMg = 75 - \frac{Q}{2} = CMg = \frac{Q}{6} \rightarrow Q^O = 112{,}5$ *Que es el nivel de producción que maximiza el beneficio del monopolista. Ahora vamos a estimar el nivel de ingreso marginal para este nivel de producción:*

$IMg = 75 - \frac{Q}{2} \rightarrow IMg = 75 - \frac{112{,}5}{2} = 18{,}75$. *Y para hallar el nivel de producción de la planta 1 hacemos*

$IMg\left(Q = 112{,}5\right) = 18{,}75 = CMg_1 = \frac{Q}{4} \rightarrow Q_1^O = 75$

b) Para hallar el nivel de producción de la planta 2, igualamos el ingreso marginal del monopolio en el nivel de producción que maximiza el beneficio, con el costo marginal de la planta 2:

$IMg\left(Q = 112{,}5\right) = 18{,}75 = CMg_2 = \frac{Q}{2} \rightarrow Q_2^O = 37{,}5$. *Se puede apreciar que:*

$Q_1^O + Q_2^O = 75 + 37{,}5 = 112{,}5$ Que es el nivel de producción que maximiza los beneficios del monopolista.

c) Para encontrar el volumen de ventas en Ecuador, tenemos que igualar el costo marginal al nivel de producción que maximiza el beneficio del monopolista, con el ingreso marginal en el Ecuador:

$$CMg = \frac{Q}{6} \rightarrow CMg\left(Q = 112{,}5\right) = \frac{112{,}5}{6} = 18{,}75$$

$$CMg = 18{,}75 = IMg_E = 50 - Q_E \rightarrow Q_E = 31{,}25$$

d) Para encontrar el volumen de ventas en Chile, tenemos que igualar el costo marginal al nivel de producción que maximiza el beneficio del monopolista, con el ingreso marginal en Chile:

$CMg = 18{,}75 = IMg_{Ch} = 100 - Q_{Ch} \rightarrow Q_{Ch} = 81{,}25$. *Observe que:*

$$Q_E^O + Q_{Ch}^O = 31{,}25 + 81{,}25 = 112{,}5$$

e) Ahora el precio en Ecuador

Para hallar el precio en Ecuador, empleamos la función inversa de demanda:

$$P = 50 - \frac{Q}{2} \square P_E = 50 - \frac{31{,}25}{2} \square P_E = 34{,}375$$

h) Estime el precio en Chile

Para hallar el precio en Chile, empleamos la función inversa de demanda:

$$Q = 200 - 2P \rightarrow P = 100 - \frac{Q_{Ch}}{2} \rightarrow P_{Ch} = 100 - \frac{81{,}25}{2} \rightarrow P_{Ch} = 59{,}375$$

i) Estime el beneficio obtenido.

Finalmente, el beneficio se obtiene restando los costos de los ingresos:

$$IT = 34{,}375 * 31{,}25 + 59{,}375 * 81{,}25 = 5898{,}4375$$

$$CT = 100 + \frac{75^2}{8} + 50 + \frac{37{,}5^2}{4} = 1204{,}6875$$

$$\pi = 4693{,}75$$

8. Una persona que lleva a cabo la discriminación de precios de tercer grado, vende la misma colonia con dos marcas diferentes. La elasticidad-precio de la demanda de High Class es –2. La elasticidad-precio de la demanda de Splash-This-Stuff-On es –5. Encuentre el precio relativo de High Class. (INTERMEDIO)

Conociendo las elasticidades precio de demanda de cada segmento del mercado, los precios que maximizan el beneficio cumplen la condición

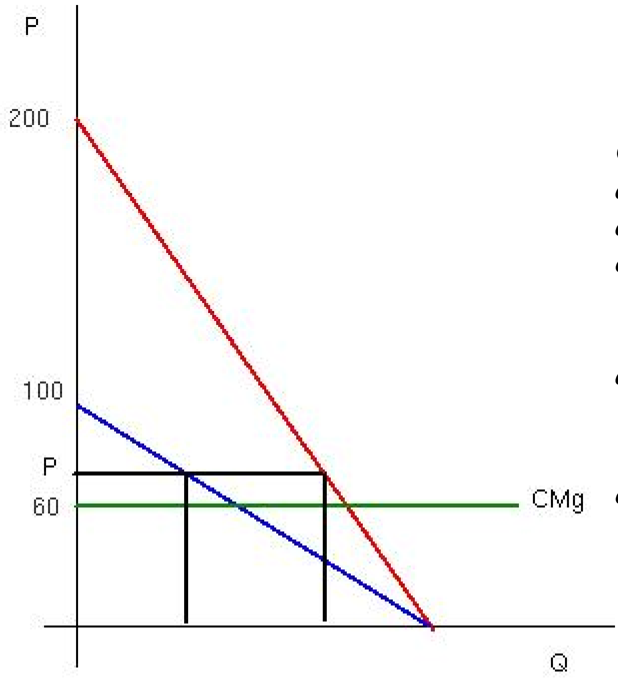
$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_2}\right)}{\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_1}\right)} \rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{\left(\frac{4}{5}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{8}{5} = 1{,}6$$

Es decir, si la elasticidad precio de demanda de Splash-This-Stuff-On, el bien 2, es 5, y si la elasticidad precio de demanda de High Class, el bien 1, es 2, entonces el precio de High Class será 1.6 veces el precio de Splash-This-Stuff-On.

9. Supongamos que la demanda de una entrada de cine se representa como $P = 10 - Q$ para los jubilados y $P = 12 - Q$ para el resto. Si el costo marginal es cero, encuentre los precios para Jubilados y para el resto. (BÁSICO)

Las funciones de demanda son lineales pero no tienen el mismo intercepto vertical, en consecuencia la elasticidad para el mismo precio siempre será distinta en cada segmento del mercado. Si el costo marginal es cero, para maximizar el beneficio hay que encontrar el precio donde el ingreso marginal es cero en cada segmento del mercado. Como la demanda para los jubilados es $P = 10 - Q$*, el ingreso marginal es* $IMg = 10 - 2\mathrm{Q}$ *y entonces* $IMg = 10 - 2\mathrm{Q} = 0 \rightarrow Q_J = 5 \rightarrow P_J = 5$*. Y hacemos lo mismo en el caso del resto de consumidores.* $P = 12 - Q \rightarrow IMg = 12 - 2\mathrm{Q} = 0 \rightarrow Q_R = 6 \rightarrow P_R = 6$.

10. Un monopolista se enfrenta a dos tipos de clientes, $P = 100 - 2\mathrm{Q}$ y $P = 200 - 4\mathrm{Q}$. El costo medio es constante e igual a 60. Encuentre el precio y la tarifa que maximizan el beneficio. (AVANZADO).



Como se trata de clientes diferentes, el precio debe ser superior al costo marginal y la tarifa debe ser la que corresponde al excedente del consumidor de menor demanda. En este caso $Q = 50 - \frac{P}{2}$*. La demanda al precio P de parte del consumidor de mayor demanda es* $Q = 50 - \frac{P}{4}$*. Entonces tenemos la demanda de cada consumidor al precio P y podemos hallar el*

beneficio total por ventas. El beneficio por unidad es igual al precio menos el costo medio, $P-60$. *Y el beneficio por ventas al consumidor de menor demanda es* $(P-60)\left(50-\frac{P}{2}\right)$.*El beneficio por ventas al consumidor de mayor demanda es* $(P-60)\left(50-\frac{P}{4}\right)$. *Y el beneficio total por ventas es igual a* $(P-60)\left(50-\frac{P}{2}\right)+(P-60)\left(50-\frac{P}{4}\right)$. *De otro lado el beneficio que se obtiene por la tarifa es igual a la tarifa que paga cada consumidor y ésta es igual al excedente del consumidor de menor demanda. Observando el gráfico de la izquierda, la tarifa es* $(100-P)\left(50-\frac{P}{2}\right)/2$ *y como la tarifa la pagan los dos consumidores el beneficio total por la tarifa es* $(100-P)\left(50-\frac{P}{2}\right)$. *En consecuencia, el beneficio total es igual al beneficio por ventas más el beneficio por la tarifa y es igual a*
$\pi=(P-60)\left(50-\frac{P}{2}\right)+(P-60)\left(50-\frac{P}{4}\right)+(100-P)\left(50-\frac{P}{2}\right)$. *Ahora podemos hallar el precio maximizando la función beneficio. Derivando con relación al precio e igualando a cero se halla* $P^*=90$ *y la tarifa* $T=25$.

Capítulo 7

Oligopolio: Solucionario

1.- Respecto a los modelos de Oligopolio:

a. ¿Cuál es el supuesto clave, en el modelo Cournot, que tiene como efecto que cada empresa piense que sus rivales continuarán produciendo la misma cantidad independientemente de lo que haga?
b. ¿Qué asume el modelo de Bertrand para llegar a una solución idéntica a la de competencia perfecta?
c. ¿Cuáles son las diferencias básicas entre el modelo de Cournot y el de Stackelberg y quién obtiene mejores resultados? (BÁSICO).

a) El supuesto clave del modelo de Cournot es que las empresas toman sus decisiones de forma simultánea, lo que excluye la posibilidad de comportamientos estratégicos. Por tanto, se trata de un juego simultáneo y no cooperativo. Por esta causa, cada empresa piensa que sus rivales continuarán produciendo la misma cantidad independientemente de lo que él haga.
b) El modelo es simétrico, dado que la opción de vender a un precio más bajo que el de la competencia será la estrategia que elijan ambas empresas.
Por tanto, en el modelo de Bertrand:
– No existe equilibrio estable
– El proceso reiterativo de bajar el precio continuará hasta que alcance su límite económico natural que es el coste marginal.
– <u>La solución de precio y cantidad es exactamente idéntica a la de competencia perfecta.</u>
c) Las diferencias básicas entre el modelo de Stackelberg con el modelo de Cournot es que en el primero el juego es dinámico mientras que en el de Cournot es estático y que en el caso de Stackelberg las empresas toman sus decisiones de forma secuencial y no de forma simultánea.
En el caso del líder, en el modelo de Stackelberg, obtiene mejores resultados que en el modelo de Cournot, ya que es el que manipula estratégicamente la conducta del seguidor, motivo por el que éste obtiene peores resultados.
En cuanto a la producción total y el precio de mercado el modelo de Stackelberg obtiene una producción mayor a la del equilibrio de Cournot y un precio menor.

2. En el mercado de confecciones de polos para niñas se ha formado un duopolio. “Nayeli” y “Beatriz” son las dos empresas que la conforman. La función de demanda del mercado es $Q = 13200 - 800P$. Suponga que cada confeccionista tiene un costo marginal constante de 0.50. Si “Nayeli” cree que “Beatriz” va a producir Q_B. , encuentre la función de reacción de Nayeli. (BÁSICO).

De:

$$Q = Q_N + Q_B$$

$$Q = 13200 - 800P \rightarrow P = \frac{13200 - Q}{800} \rightarrow P = \frac{13200 - Q_C - Q_S}{800}$$

También:
Planteando las ecuaciones para el cálculo de función de reacción de Q_C

$$B_N = Q_N\left(\frac{13200 - Q_N - Q_B}{800}\right) - 0.50Q_N$$

$$\frac{\partial B_N}{\partial Q_C} = \frac{13200 - Q_N - Q_B}{800} - \frac{Q_N}{800} - 0.50 = 0$$

$$13200 - Q_B - 2Q_N - 400 = 0$$

$$Q_N = \frac{12800 - Q_B}{2} \rightarrow \boxed{Q_N = 6400 - \frac{Q_B}{2}}$$

Por lo tanto la respuesta es a)

3. Suponga que "Gato Negro" y "Pomalca" deciden entrar en el negocio de vino en un pequeño país donde el vino es difícil de desarrollar. La demanda por vino está dado por $P = 360 - 0{,}2Q$. Los duopolistas se comportan de acuerdo con el modelo Cournot.. "Gato Negro" tiene un costo marginal constante de 15 y "Pomalca" tiene un costo marginal de 75. ¿Cuánto es la producción de "Gato Negro" en el equilibrio? (INTERMEDIO)

Realizando los cálculos, se tiene:

$$P = 360 - 0.2Q = 360 - 0.2\left(x_1 + x_2\right)$$

$$Q = x_1 + x_2$$

$$CMg_1 = 15$$

$$CMg_2 = 75$$

$$B_1 = x_1(360 - 0.2(x_1 + x_2)) - 15x_1$$

$$B_2 = y_2(360 - 0.2(x_1 + x_2)) - 75x_2$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial y_1} = 360 - 0.2(x_1 + x_2) - 0.2x_1 - 15 = 0$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial y_2} = 360 - 0.2(x_1 + x_2) - 0.2x_2 - 75 = 0$$

Obteniéndose las siguientes funciones de reacción:

Empresa 1 $\quad x_2 = 1725 - 2x_1$

Empresa 2 $\quad x_2 = 712.5 - \dfrac{x_1}{2}$

Hallando los resultados:

$$1725 - 2x_1 = 712.5 - \frac{x_1}{2}$$

$$x_1 = 675$$

$$x_2 = 375$$

La respuesta sería a)

4. La función inversa de demanda del mercado de un bien es $P = 2475 - 0{,}9Q$. En el mercado actúan dos empresas que producen con las funciones de costes $CT_1 = 486Q_1 + 0{,}03Q_1^2$ y $CT_2 = 90Q_2 + 1{,}35Q_2^2$.
   a. Calcule el equilibrio en el modelo Cournot.
   b. Calcule el equilibrio en el modelo de Colusión.

c. Calcule el equilibrio cuando existe liderazgo, para la empresa 1 y para la empresa 2 y para ambas.
d. Calcule el liderazgo de participación fija, considerando que la participación de la empresa 2 en la producción total es $\alpha = 1/5$.
e. Haga un cuadro comparativo de los casos señalados. (INTERMEDIO)

a) Modelo de Cournot
Los datos del Problema son:

$$P = 2475 - 0.9\left(Q_1 + Q_2\right)$$

$$C_1 = 486Q_1 + 0.03Q_1^2$$

$$C_2 = 90Q_2 + 1.35Q_2^2$$

Planteando las ecuaciones para el beneficio:

$$B_1 = \left(2475 - 0.9\left(Q_1 + \overline{Q_2}\right)\right)Q_1 - 486Q_1 - 0.03Q_1^2$$

$$B_2 = \left(2475 - 0.9\left(\overline{Q_1} + Q_2\right)\right)Q_2 - 90Q_2 - 1.35Q_2^2$$

Derivando y encontrando las funciones de reacción de 1 y 2

$$\frac{\partial B_1}{\partial Q_1} = 1989 - 1.86Q_1 - 0.9Q_2 = 0 \rightarrow \boxed{Q_1 = \frac{1989 - 0.9Q_2}{1.86}}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial Q_2} = 2385 - 4.5Q_2 - 0.9Q_1 = 0 \rightarrow \boxed{Q_2 = \frac{2385 - 0.9Q_1}{4.5}}$$

Realizando los cálculos para encontrar los valores de equilibrio:

$$\boxed{Q_1 = 900}$$

$$\boxed{Q_2 = 350}$$

$$\boxed{P = 1350}$$

Siendo la producción total: $\boxed{x_T = 1250}$

b) Modelo de Colusión
Determinando el beneficio total:

$$B_1 = \left(2475 - 0.9\left(Q_1 + Q_2\right)\right)Q_1 - 486Q_1 - 0.03Q_1^2$$

$$B_2 = \left(2475 - 0.9\left(Q_1 + Q_2\right)\right)Q_2 - 90Q_2 - 1.35Q_2^2$$

$$B_T = 1989Q_1 - 0.93Q_1^2 - 1.8Q_1Q_2 + 2385Q_2 - 2.25Q_2^2$$

Derivando parcialmente respecto a x_1 y x_2, para encontrar las funciones de reacción:

$$\frac{\partial B_T}{\partial Q_1} = 1989 - 1.86Q_1 - 1.8Q_2 = 0 \rightarrow \boxed{Q_1 = \frac{1989 - 1.8Q_2}{1.86}}$$

$$\frac{\partial B_T}{\partial x_2} = 2385 - 4.5Q_2 - 1.8Q_1 = 0 \rightarrow \boxed{Q_2 = \frac{2385 - 1.8Q_1}{4.5}}$$

Nota.- Se observa que al pasar del modelo de Cournot al de Colusión, los elementos cruzados duplican sus coeficientes (de 0.9 a 1.8)
Los resultados de equilibrio en este modelo serían:

$$\boxed{Q_1 = 907.89}$$
$$\boxed{Q_2 = 166.84}$$
$$\boxed{Q_T = 1074.73}$$
$$\boxed{P = 1507.73}$$

c)
c.1) Líder 1: empresa 1

Cálculos: hallamos la ecuación de beneficio de la empresa 1, donde se reemplaza la función de reacción de x_2 hallada en el modelo de Cournot.

$$B_{1L} = \left(2475 - 0.9\left(Q_1 + Q_2\right)\right)Q_1 - 486Q_1 - 0.03Q_1^2$$
$$B_{1L} = \left(2475 - 0.9\left(Q_1 + \frac{2385 - 0.9Q_1}{4.5}\right)\right)Q_1 - 486Q_1 - 0.03Q_1^2$$
$$B_{1L} = 2475Q_1 - 0.9Q_1^2 - 477Q_1 + 0.18Q_1^2 - 486Q_1 - 0.03Q_1^2$$
$$B_{1L} = 1512Q_1 - 0.75Q_1^2$$

Derivando y hallando los valores de equilibrio en esta parte:

$$\frac{\partial B_{1L}}{\partial Q_1} = 1512 - 1.5Q_1 = 0 \rightarrow \boxed{Q_1 = 1008}$$

Reemplazando en la función de reacción de x_2, para calcular los otros valores:

$$\boxed{Q_2 = 328.4}$$
$$\boxed{Q_T = 1336.4}$$
$$\boxed{P = 1272.4}$$

c.2) Líder 2: empresa 2

Cálculos: Procedemos de igual forma que en c1)

$$B_{2L} = \left(2475 - 0.9\left(Q_1 + Q_2\right)\right)Q_2 - 90Q_2 - 1.35Q_2^2$$
$$B_{2L} = \left(2475 - 0.9\left(\frac{1989 - 0.9Q_2}{1.86} + Q_2\right)\right)Q_2 - 90Q_2 - 1.35Q_2^2$$
$$B_{2L} = 2475Q_2 - 962.42Q_2 + 0.44Q_2^2 - 0.9Q_2^2 - 90Q_2 - 1.35Q_2^2$$
$$B_{2L} = 1422.58Q_2 - 1.81Q_2^2$$

Derivando y hallando los valores de equilibrio para este caso:

$$\frac{\partial B_{2L}}{\partial Q_2} = 1422.58 - 3.62x_2 = 0 \rightarrow \boxed{Q_2 = 392.98}$$

$$\boxed{Q_1 = 879.20}$$
$$\boxed{Q_T = 1272.18}$$
$$\boxed{P = 1330.04}$$

c.3) Líderes: ambas.

Cálculos: procederemos como si cada empresa actuará independientemente, sus ecuaciones de beneficio se calcula con las respectivas funciones de reacción de la otra empresa, respectivamente. Veamos:

Para empresa 1

$$B_{1L} = \left(2475 - 0.9\left(Q_1 + x_2\right)\right)Q_1 - 486Q_1 - 0.03Q_1^2$$

$$B_{1L} = \left(2475 - 0.9\left(Q_1 + \frac{2385 - 0.9Q_1}{4.5}\right)\right)Q_1 - 486Q_1 - 0.03Q_1^2$$

$$B_{1L} = 1512Q_1 - 0.75Q_1^2$$

$$\frac{\partial B_{1L}}{\partial Q_1} = 1512 - 1.5Q_1 = 0 \rightarrow \boxed{Q_1 = 1008}$$

Para empresa 2

$$B_{2L} = \left(2475 - 0.9\left(Q_1 + Q_2\right)\right)Q_2 - 90Q_2 - 1.35Q_2^2$$

$$B_{2L} = \left(2475 - 0.9\left(\frac{1989 - 0.9Q_2}{1.86} + Q_2\right)\right)Q_2 - 90Q_2 - 1.35Q_2^2$$

$$B_{2L} = 1422.58Q_2 - 1.81Q_2^2$$

$$\frac{\partial B_{2L}}{\partial Q_2} = 1422.58 - 3.62Q_2 = 0 \rightarrow \boxed{Q_2 = 392.98}$$

Producción Total y Precio:

$$\boxed{Q_T = 1400.98}$$

$$\boxed{P = 1214.12}$$

$$\alpha = \frac{1}{5}$$

d) Liderazgo de participación fija.

Según el dato: $\alpha = \dfrac{Q_2}{Q_1 + Q_2} = \dfrac{1}{5}$

Entonces la curva de reacción de la empresa 2 sería: $Q_2 = \dfrac{1}{4}Q_1$

Esta curva de reacción se reemplaza en B_{1L}, como en el caso anterior:

$$B_L = \left(2475 - 0.9\left(Q_1 + \frac{1}{4}Q_1\right)\right)Q_1 - 486Q_1 - 0.03Q_1^2$$

$$B_L = 2475Q_1 - 1.125Q_1^2 - 486Q_1 - 0.03Q_1^2$$

$$B_L = 1989Q_1 - 1.155Q_1^2$$

Derivando y hallando los valores de equilibrio para este modelo:

$$\frac{\partial B}{\partial Q_1} = 1989 - 2.31Q_1 = 0 \rightarrow \boxed{Q_1 = 861.04}$$

$$Q_2 = 215.26$$

$$Q_T = 1076.3$$

$$P = 1506.33$$

e) Construyendo el cuadro comparativo:

CUADRO COMPARATIVO DE LOS VALORES OPTIMOS EN CADA MODELO DE OLIGOPOLIO						
VARIABLES	COURNOT	COLUSIÓN	EMPRESA 1 LIDER	EMPRESA 2 LIDER	AMBAS LÍDERES	PARTICIPACIÓN FIJA (1/5)
Q_1	900,00	907,89	1.008,00	879,20	1.008,00	861,04
Q_2	350,00	166,84	328,40	392,98	392,98	215,26
Q_T	1.250,00	1.074,73	1.336,40	1.272,18	1.400,98	1.076,30
P	1.350,00	1.507,73	1.272,40	1.330,04	1.214,12	1.506,33
B_1	753.300,00		762.209,28	718.890,19	703.463,04	856.303,25
B_2	275.625,00		242.707,30	278.825,99	233.271,75	242.324,42
B_T	1.028.925,00	1.101.860,53	1.004.916,58	997.716,18	936.734,79	1.098.627,67

5. La demanda de una empresa en un oligopolio es $P = 4050 - 2{,}25x_1 - 1{,}5x_2$, y su función de costos $CT_1 = 1125x_1^2$. Y la demanda del otro oligopolista está dada por la función $P = 3712{,}5 - 1{,}5x_1 - 2{,}25x_2$, y su correspondiente función de costos está dada por $CT_2 = 0{,}75x_2^2 + 262{,}5x_2$.
   a. Encuentre la solución a la Cournot.
   b. Analice con el modelo de demanda quebrada, la conveniencia de un aumento de precio por parte de la empresa 1.
   c. Analice con el modelo de demanda quebrada, la conveniencia de una reducción de precio por parte de la empresa 1. (AVANZADO)

a) *Como ya vimos en ejercicios anteriormente, para el cálculo en el modelo de Cournot tenemos que construir las ecuaciones de beneficio para cada empresa y al derivar encontraremos allí las respectivas curvas de reacción; luego se iguala y calcula los valores de equilibrio. Veamos:*

$$B_1 = \left(4050 - 2.25x_1 - 1.5x_2\right)x_1 - 1.125x_1^2$$

$$B_2 = \left(3712.5 - 1.5x_1 - 2.25x_2\right)x_2 - 0.75x_2^2 - 262.5x_2$$

Derivando:

$$\frac{\partial B_1}{\partial x_1} = 4050 - 2.25x_1 - 1.5x_2 - 2.25x_1 - 2.25x_1 = 0$$

$$4050 - 6.75x_1 - 1.5x_2 = 0 \rightarrow \boxed{x_2 = 2700 - 4.5x_1}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial x_2} = 3712.5 - 1.5x_1 - 2.25x_2 - 2.25x_2 - 1.5x_2 - 262.5 = 0$$

$$3450 - 6x_2 - 1.5x_1 = 0 \rightarrow \boxed{x_2 = 575 - 0.25x_1}$$

Igualando y encontrando los valores:

$$x_1 = 500 \longrightarrow P_1 = 2250$$
$$x_2 = 450 \longrightarrow P_2 = 1950$$

b) *Demanda Quebrada*

Caso 1 Cuando sube el precio de 1 (P_1), manteniéndose constante P_2

De la función de demanda de x_2 se iguala al precio que 1950 y se obtiene la curva de reacción de x_2; que luego la reemplazaremos en la función de demanda de la otra empresa 1.

$$\overline{P}_2 = 1950$$
$$1950 = 3712.5 - 1.5x_1 - 2.25x_2$$
$$\boxed{x_2 = 783\frac{1}{3} - \frac{2}{3}x_1}$$

En la empresa 1:

$$P_1 = 4050 - 2.25x_1 - 1.5x_2 \rightarrow P_1 = 4050 - 2.25x_1 - 1.5\left(783\frac{1}{3} - \frac{2}{3}x_1\right)$$
$$P_1^A = 2875 - 1.25x_1$$

Obteniendo el ingreso marginal y el costo marginal, se hará los siguientes cálculos:

$$IMg_1 = \frac{\partial P_1 x_1}{\partial x_1} = (2875 - 1.25x_1)x_1 \rightarrow IMg_1 = 2875 - 2.5x_1$$
$$CMg_1 = \frac{\partial C_1}{\partial x_1} = 2.25x_1$$

Calculando para x_1=500

$$IMg_1 = 1625$$
$$CMg = 1125$$

La conclusión que sacaríamos es que no le conviene aumentar el precio a la empresa 1, pues, lo que ahorra es menor (en 500) de lo que deja de ganar.

c) *Caso 2 Cuando baja el precio la empresa 1, las otras también bajarían. Por tanto, la curva de reacción saldría de la proporción entre las cantidades producidas:*

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{500}{450} \longrightarrow x_2 = \frac{9}{10}x_1$$

Reemplazando en la función de demanda dirigida a la empresa 1:

$$P_1 = 4050 - 2.25x_1 - 1.5x_2 \rightarrow P_1 = 4050 - 2.25x_1 - 1.5\left(\frac{9}{10}x_1\right)$$
$$P_1^D = 4050 - 3.6x_1$$

Calculando el ingreso marginal y el costo marginal para este caso:

$$IMg_1 = \frac{\partial P_1 x_1}{\partial x_1} = (4050 - 3.6x_1)x_1 \rightarrow IMg_1 = 4050 - 7.2x_1$$
$$CMg_1 = \frac{\partial C_1}{\partial x_1} = 2.25x_1$$
$$\boxed{IMg_1 = 450}$$
$$\boxed{CMg_1 = 1125}$$

Tampoco le convendría.

Veamos una comparación más precisa de los resultados:

En el caso de la subida de precio de la empresa 1, se obtiene que: lo que se deja de ganar es mayor a lo que ahorra con la posibilidad de la subida de precio.

Y en el caso de la bajada de precio lo que ahorra es mayor a lo que deja de ganar.
En ambos casos no es conveniente la variación de precios pues es contraproducente; antes de aumentar sus beneficios, estos sufrirían una bajada.

6.- Plantee las soluciones de Cournot y Stackelberg al modelo de Duopolio.
Considere que la función de demanda dirigida a las dos empresas es: $P=a-b(x_1+x_2)$, y las funciones de costos de cada una son: $C_1=cx_1$ y $C_2=cx_2$.

Solución:

<u>Caso Cournot</u>
Este modelo no considera la influencia de los cambios en la producción de uno de ellos respecto al otro, esto significa:

$$\frac{dx_1}{dx_2} = \frac{dx_2}{dx_1} = 0$$

Por lo tanto, construyendo las funciones de beneficios, tenemos:

$$B_1 = Px_1 - cx_1 = x_1(a - b(x_1 + x_2)) - cx_1$$

$$B_2 = Px_2 - cx_2 = x_2(a - b(x_1 + x_2)) - cx_2$$

Para calcular las funciones de reacción, derivamos respecto a x_1 y x_2 respectivamente:

$$(i)\frac{\partial B_1}{\partial x_1} = (a - b(x_1 + x_2)) - bx_1 - c = 0$$

$$(ii)\frac{\partial B_2}{\partial x_2} = (a - b(x_1 + x_2)) - bx_2 - c = 0$$

De: $(i)(a-c) - 2bx_1 - bx_2 = 0$

Despejando obtenemos la función de reacción de 1:

$$x_2 = \frac{a-c}{b} - 2x_1$$

De: $(ii)(a-c) - bx_1 - 2bx_2 = 0$

Despejando obtenemos la función de reacción de 2:

$$x_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{x_1}{2}$$

La solución se obtiene igualando las ecuaciones:

$$\frac{a-c}{b} - 2x_1 = \frac{a-c}{2b} - \frac{x_1}{2}$$

$$\frac{a-c}{b} = \frac{3}{2}x_1$$

$$\boxed{x_1 = \frac{a-c}{3b}}$$

$$\boxed{x_2 = \frac{a-c}{3b}}$$

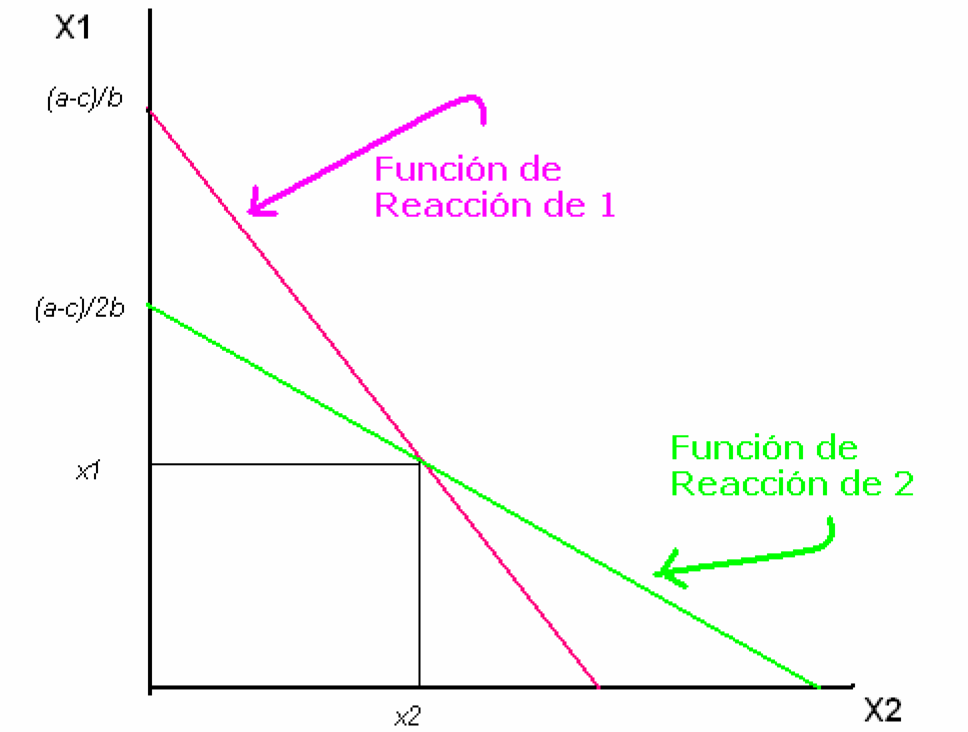
El resultado son valores iguales para 1 y 2. Por lo tanto el precio sería:

$$P = a - b(x_1 + x_2)$$

$$P = a - b(\frac{a-c}{3b} + \frac{a-c}{3b}) = a - b(\frac{2(a-c)}{3b})$$

$$\boxed{P = \frac{a+2c}{3}}$$

Graficando las funciones de reacción de 1 y 2, tendríamos:



<u>Caso Stackelberg</u>

Asume que una de las empresas es la líder y otra es la seguidora. También considera que la seguidora actúa como el modelo de Cournot, en cambio la otra toma en cuenta e comportamiento de la otra empresa.

Para nuestro caso la empresa 2 será la seguidora, de allí que:

$$\frac{dx_1}{dx_2} = 0$$

Entonces para la empresa 1 se supondrá que

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{1}{2}$$

Un supuesto aceptable teóricamente, para efectos del ejercicio lo tomaremos así dado que no hay una indicación expresa en torno a este punto.

Desarrollando el caso, tendremos:

$$B_1 = x_1(a - b(x_1 + x_2)) - cx_1$$

$$B_2 = x_2(a - b(x_1 + x_2)) - cx_2$$

Para la empresa 1:

$$\frac{\partial B_1}{\partial x_1} = a - b(x_1 + x_2) - bx_1 - bx_1 \frac{dx_2}{dx_1} - c = 0$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial x_1} = a - c - 2bx_1 - bx_2 - bx_1\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$a - c - \frac{3}{2}bx_1 - bx_2 = 0$$

Despejando podemos obtener la función de reacción de 1:

$$\boxed{x_2 = \frac{a-c}{b} - \frac{3}{2}x_1}$$

Para la empresa 2:

$$\frac{\partial B_2}{\partial x_2} = a - b(x_1 + x_2) - bx_2 - c = 0$$

$$(a-c) - bx_1 - 2bx_2 = 0$$

Despejando obtendremos la función de reacción de 2

$$\boxed{x_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{x_1}{2}}$$

que como se observa es la misma solución que en el caso de Cournot
La solución se obtiene igualando los valores encontrados:

$$\frac{a-c}{b} - \frac{3}{2}x_1 = \frac{a-c}{2b} - \frac{x_1}{2}$$

Dando como resultado:

$$\boxed{x_1 = \frac{a-c}{2b}}$$

$$\boxed{x_2 = \frac{a-c}{4b}}$$

Para el precio se tendría:

$$P = a - b(x_1 + x_2)$$

$$P = a - b\left(\frac{a-c}{2b} + \frac{a-c}{4b}\right) = a - b\left(\frac{3(a-c)}{4b}\right)$$

$$\boxed{P = \frac{a+3c}{4}}$$

7.- En la agroindustria de los espárragos, cuyo mercado se comporta como el modelo Cournot, se ha estimado que la función inversa de la demanda esta dada por P=290-4Y, y el costo total de producir "y" unidades es CT(y)=50Y. Calcule la producción de equilibrio para cada empresa.

Solución:
Aplicando los cálculos que exige el modelo de Cournot, escribiríamos:

$$P = 290 - 4Y = 290 - 4\left(y_1 + y_2\right)$$

$$CT = 50y$$

Encontrando las ecuaciones del beneficio:

$$B_1 = y_1(290 - 4(y_1 + y_2)) - 50y_1$$
$$B_2 = y_2(290 - 4(y_1 + y_2)) - 50y_2$$
$$\frac{\partial B_1}{\partial y_1} = 290 - 4(y_1 + y_2) - 4y_1 - 50 = 0$$
$$\frac{\partial B_1}{\partial y_2} = 290 - 4(y_1 + y_2) - 4y_2 - 50 = 0$$

De donde la función de reacción para la empresa 1 es:

$$290 - 8y_1 - 4y_2 - 50 = 0$$
$$240 - 4y_2 = 8y_1 \rightarrow \boxed{y_2 = 60 - 2y_1}$$

Para la empresa 2:

$$290 - 8y_2 - 4y_1 - 50 = 0$$
$$240 - 4y_1 = 8y_2 \rightarrow \boxed{y_2 = 30 - \frac{y_1}{2}}$$

Igualando, tendremos las soluciones pedidas:

$$30 - \frac{y_1}{2} = 60 - 2y_1$$
$$2y_1 - \frac{y_1}{2} = 30 \rightarrow \boxed{y_1 = 20}$$

De igual forma para 2: $\boxed{y_2 = 20}$

En este caso salen valores iguales para cada empresa.

8.- Suponga que la curva de demanda de mercado de los zapatos está dado por P=880-2Q, donde P es el precio y Q es la producción total de la industria e igual a $Q=x_1+x_2$. Supóngase, además, que la industria tiene dos empresas, una líder tipo Stackelberg y la otra seguidora. Cada empresa tiene un costo marginal constante de 80 por unidad de producto (asúmase que $\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{1}{2}$). En el equilibrio, la producción total de las dos empresas sería:

a) 200.
b) 100.
c) 300.
d) 400.
e) 50.

Solución:

Como $Q=x_1+x_2$, donde x_1 es la empresa líder y x_2 es la empresa seguidora; tenemos que:

$$Q = x_1 + x_2$$
$$P = 880 - 2Q = 880 - 2\left(x_1 + x_2\right)$$
$$CMg = 80$$
$$B_1 = x_1(880 - 2(x_1 + x_2)) - 80x_1$$
$$B_2 = x_2(880 - 2(x_1 + x_2)) - 80x_2$$
$$\frac{\partial B_1}{\partial x_1} = 880 - 2(x_1 + x_2) - 2x_1 - 2x_1\left(\frac{dx_2}{dx_1}\right) - 80 = 0$$
$$\frac{\partial B_1}{\partial x_2} = 880 - 2(x_1 + x_2) - 2x_2 - 80 = 0$$

Realizando los cálculos necesarios:

$$(i) 800 - 3x_1 = 2x_2 \rightarrow \boxed{x_2 = \frac{800 - 3x_1}{2}}$$

$$(ii) \boxed{x_2 = \frac{800 - 2x_1}{4}}$$

Igualando:

$$\frac{800 - 3x_1}{2} = \frac{800 - 2x_1}{4}$$

$$1600 - 6x_1 = 800 - 2x_1$$

$$800 = 4x_1 \rightarrow \boxed{x_1 = 200}$$

$$\boxed{x_2 = 100}$$

$$\boxed{Q = 300}$$

La producción total es 300, por lo tanto la respuesta es: c)

9.- En un duopolio, donde la cantidad es la variable de decisión, se tiene que la curva de demanda de toda la industria está expresada por la ecuación P = 100-Q, donde Q es la suma de la producción de las dos empresas: $Q=q_1+q_2$. Además se supone que el costo de producción es cero.
¿Cuál sería la solución en precios, cantidades y beneficios?, cuando:

a. Las dos empresas se comportan como cartel (modelo de colusión)
b. Cuando cumplan las condiciones competitivas.
c. Cuando sigan el modelo de Cournot.
d. Realice un cuadro comparativo de las soluciones.

Solución:
a) *En el caso de la colusión las dos empresas actúan como un monopolista colectivo o cartel, compartiendo las ganancias en partes iguales.*
Las condiciones formales son que el Ingreso Marginal para la industria, IMg, debe ser igual al Costo Marginal de cada empresa:
$IMg=CMg_1=CMg_2$.
Utilizando la proposición que describe el Ingreso Marginal cuando la curva de demanda es lineal: si P=a-bQ, entonces el IMg=a-2bQ. En este caso la ecuación de demanda de la industria tiene la forma lineal P=100-Q, de modo que el Ingreso Marginal de la industria es IMg=100-2Q. Operativamente es:

$$Ingreso = PQ = (100 - Q) * Q = 100Q - Q^2$$

$$Derivando: \frac{d(Ingreso)}{dQ} = 100 - 2Q \rightarrow \boxed{IMg = 100 - 2Q}$$

Como el CMg es cero en todo el rango, la condición para el óptimo en monopolio IMg=CMg se transforma en 100-2Q=0, de modo que Q=50 es el nivel de producción de la industria que maximiza las utilidades. Este resultado lleva al precio P=50, con lo cual el Ingreso Total IT es 2500, que vendría a ser directamente el beneficio (en ausencia de costos). Con división en partes iguales, las utilidades de las empresas son $B_1=B_2=1250$.

b) *El resultado que se obtendría con un comportamiento competitivo (precio aceptante), como el que puede resultar de una "violación" abierta de un acuerdo de cartel, sería:*
Suponga que cada empresa produce en forma tal que se cumple la condición competitiva CMg=P.

Entonces, como los costos son cero en todo el rango, las empresas producirían cantidades infinitamente grandes siempre que el precio P excediera a cero. La consecuencia es que el precio de equilibrio competitivo puede ser solamente P=0. La producción combinada es entonces 100 (cada empresa producirá 50), según lo determina la ecuación de demanda, pero el ingreso y las utilidades son cero.

c) *Intermedia entre estas dos es la "solución de Cournot". Realizando los cálculos tendríamos:*

$$P = 100 - (q_1 + q_2)$$

$$B_1 = \left(100 - (q_1 + q_2)\right) q_1$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial q_1} = 100 - (q_1 + q_2) - q_1 = 0 \rightarrow q_2 = 100 - 2q_1$$

$$B_2 = \left(100 - (q_1 + q_2)\right) q_2$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial q_2} = 100 - (q_1 + q_2) - q_2 = 0 \rightarrow q_2 = \frac{100 - q_1}{2}$$

$$Igualando \Rightarrow 100 - 2q_1 = \frac{100 - q_1}{2}$$

$$\boxed{q_1 = 33\frac{1}{3}} \rightarrow \boxed{q_2 = 33\frac{1}{3}}$$

$$P = 100 - \left(33\frac{1}{3} + 33\frac{1}{3}\right) \rightarrow \boxed{P = 33\frac{1}{3}}$$

En el punto de solución los niveles de producción son intermedios en relación a las soluciones colusoria y competitiva.

d) *Cuadro comparativo de las tres soluciones:*

SOLUCIONES DEL DUOPOLIO CON $P=100-(q_1+q_2)$						
MODELOS	q_1	Q_2	Q	P	B_1	B_2
COLUSORIO	25	25	50	50	1250	1250
COURNOT	33 1/3	33 1/3	66 2/3	33 1/3	1111 1/9	1111 1/9
COMPETITIVO	50	50	100	0	0	0

Los resultados presentados en la tabla, son simétricos para ambas empresas; tiene que ver con que el precio es el mismo y además son productos homogéneos.

10.- Tomando los datos del problema anterior, ¿cuáles serían los resultados si se dan diferencias en la agresividad de las empresas?

a. Analice cuando la empresa 1 se muestra más agresiva y proclame que: *¡no modificará su decisión de producir en el óptimo!*

b. Cuando ocurre la amenaza de la empresa 1 que si la otra empresa entra al mercado: *¡producirá lo suficiente para que el precio P baje a cero!*

Solución:

a) *Existen ciertos conceptos de solución nuevos que surgen con las diferencias en agresividad, que darían resultados asimétricos. La situación en que la primera empresa es la más agresiva, se soluciona asumiendo un nivel prefijado en el nivel de producción, en este caso la empresa 1*

proclama que producirá en el óptimo, esto es q_1=50. Si fuera así, lo mejor que la empresa 2 puede hacer es reaccionar como en el caso del modelo de Cournot.
Realizando los cálculos que verifiquen lo que se señala, tenemos:
La reacción de la empresa 2:

$$B_2 = \left(100 - \left(q_1 + q_2\right)\right) q_2$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial q_2} = 100 - \left(q_1 + q_2\right) - q_2 = 0 \rightarrow q_2 = \frac{100 - q_1}{2}$$

La empresa 1 sabe eso, por esa razón la función de demanda pasa a ser:

$$P = 100 - \left(q_1 + \frac{100 - q_1}{2}\right) = 50 - \frac{q_1}{2}$$

$$B_1 = \left(50 - \frac{q_1}{2}\right) q_1$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial q_1} = 50 - \frac{q_1}{2} - \frac{q_1}{2} = 0 \rightarrow 50 - q_1 = 0 \rightarrow \boxed{q_1 = 50}$$

Entonces los resultados para la empresa 2 serían:

$$q_2 = \frac{100 - q_1}{2} \rightarrow \boxed{q_2 = 25}$$

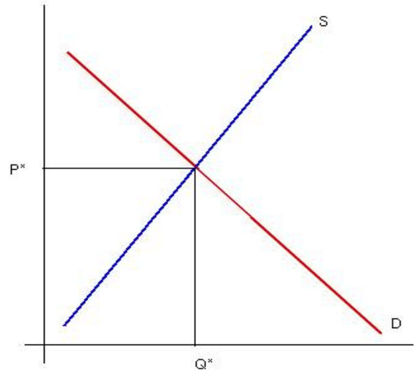
***b)** La solución de aminaza es un resultado todavía más fuertemente asimétrico. En este caso la empresa 1 proclama que si la otra empresa entra al mercado, ¡producirá lo suficiente para que le precio P baje a cero! Si se cree que hará lo que dice, la segunda empresa se dará cuenta de que no hay ninguna forma en que pueda obtener utilidades en el mercado. Por tanto es mejor que se quede fuera. En la solución de amenaza, la empresa tiene las ventajas que tendría si ella sola tuviera el monopolio de la industria. Produciría 50 a un precio de 50, de tal forma que obtiene el máximo beneficio igual a 2500.*
El cuadro de la pregunta anterior se completaría de la siguiente manera:

SOLUCIONES DEL DUOPOLIO CON P=100-(q_1+q_2)						
MODELOS	q_1	q_2	*Q*	*P*	B_1	B_2
SIMETRICAS						
COLUSORIO	*25*	*25*	*50*	*50*	*1250*	*1250*
COURNOT	*33 1/3*	*33 1/3*	*66 2/3*	*33 1/3*	*1111 1/9*	*1111 1/9*
COMPETITIVO	*50*	*50*	*100*	*0*	*0*	*0*
ASIMETRICAS						
NIVEL PREFIJO	*50*	*25*	*75*	*25*	*1250*	*625*
AMENAZA	*50*	*0*	*50*	*50*	*2500*	*0*

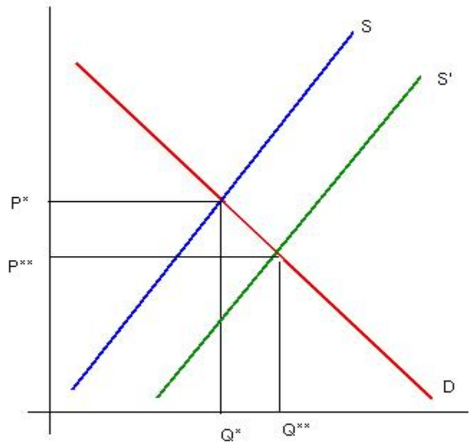
Capítulo 8

Externalidades: Solucionario

1. Analice el mercado del etanol y el impacto que puede tener un subsidio a los productores, teniendo en cuenta el mayor bienestar que se puede generar. (**Intermedio**)



Vamos a analizar el mercado del etanol sin tener en cuenta el mayor bienestar que puede generar, es decir, sin la presencia de externalidades. La curva de demanda del mercado representa el valor social del producto, mientras que la curva de oferta representa los costos privados de producción del etanol. El equilibrio del mercado a un cierto precio, iguala la cantidad demandada con la cantidad ofertada. El dibujo de la izquierda muestra los resultados.



*Vamos a considerar ahora la presencia de la externalidad resultante del etanol. El empleo del etanol en mezclas de gasolina provoca una menor contaminación ambiental y reduce los costos sociales de producción. El costo social es una función lineal de pendiente positiva que se encuentra más abajo de la curva de oferta del mercado que refleja los costos privados. Al desplazarse hacia abajo la curva de oferta, el equilibrio entre la demanda y el costo social se encuentra más a la derecha del equilibrio del mercado, reflejando que la cantidad que se produce en el mercado no es óptima desde el punto de vista social. El dibujo de la derecha muestra los resultados obtenidos. La cantidad Q** es la cantidad óptima desde el punto de vista social, y es mayor a la cantidad que se produce en el mercado.*

Para obtener la cantidad de etanol óptima en el mercado, se requiere "internalizar" la externalidad, y para ello se considera la entrega de un subsidio del gobierno a los productores. Si a los productores se les otorga un subsidio equivalente a la distancia vertical entre la curva de oferta (costo privado) y la curva de costo social, los productores aumentarán la producción del mercado para llevarla de Q^* a Q^{**}, generándose una asignación eficiente de los recursos.

2. Analice el mercado del etanol y el impacto que puede tener un subsidio a los productores, teniendo en cuenta el mayor bienestar que se puede generar. Identifique quiénes se benefician con el subsidio a los productores. (**Básico**).

Para identificar a los beneficiarios del subsidio, vamos a considerar la situación de bienestar antes del subsidio. El bienestar total es igual a la distancia vertical entre el valor social y el costo privado. Luego del subsidio, el excedente del consumidor es mayor porque se vende más a un menor precio. Los consumidores son los beneficiarios del subsidio. Pero después del subsidio, los productores venden más también. La curva de oferta se desplaza a la derecha y se incrementa la producción y se incrementan nuevos productores que antes no entraban al mercado por los menores precios. Los productores entonces son beneficiarios del subsidio.

Pero el subsidio es un costo del gobierno. En consecuencia el gobierno pierde con el subsidio. ¿Qué ocurre con los consumidores de azúcar y de maíz?

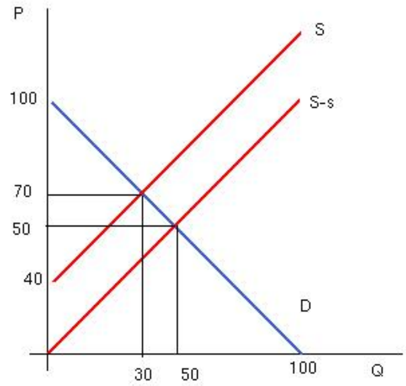
El etanol se produce con maíz o con caña de azúcar. Al destinarse parte de la producción de caña y maíz a la producción de azúcar, se contrae la oferta de maíz y de azúcar y los precios suben en estos mercados, generando una pérdida de bienestar a los consumidores.

Finalmente se pueden considerar también a los trabajadores agrícolas y propietarios como beneficiarios del subsidio porque al extenderse la producción gracias al subsidio, la demanda de factores se expande.

3. Si la demanda de etanol está dada por la función $P = 100 - Q$ y la oferta por $P = 40 + Q$ mientras que los costos sociales de producción están dados por $P = Q$.(**Avanzado**)
   a. Encuentre la cantidad que se produce en el mercado sin considerar la externalidad positiva
   b. Encuentre la cantidad que debería producirse en el mercado considerando la externalidad positiva
   c. Estime el monto del subsidio al productor si el gobierno quiere internalizar la externalidad
   d. Estime el bienestar resultante del subsidio ¿conviene el subsidio?

a) Sin considerar la externalidad, la cantidad que equilibra el mercado es $Q^* = 30$*.Al producirse esta cantidad el precio de demanda es 70 que es igual al precio de oferta.*

b) Si ahora consideramos el equilibrio entre la demanda y el costo social, el resultado es $Q^* = 50$*. Para producir 50 unidades el costo social es 50 y el valor que le asignan los consumidores (precio de demanda) es 50.*



c) El monto del subsidio al productor para internalizar la externalidad, es igual a la distancia vertical entre el costo privado y el costo social, $Q+40-Q=40=s$. *Con un subsidio al productor de 40 nuevos soles, la curva de oferta de los productores, cambia de* $P=40+Q$ *a* $P=40+Q-s=40+Q-40=Q$. *Y el nuevo equilibrio del mercado se encuentra en* $Q^*_s=50$, *y* $P^*_s=50$. *El costo del subsidio asciende entonces a 50*40, 2000 nuevos soles.*

d) El dibujo de la derecha muestra la situación del mercado del etanol con subsidio y sin subsidio. El bienestar antes del subsidio se obtiene mediante: $BS=\dfrac{30*(100-40)}{2}=900$

Y el bienestar del mercado después del subsidio a los productores se obtiene mediante $BS=\dfrac{50*(100-0)}{2}=2500$.

El cambio neto en el bienestar es igual a 1600. Como el costo del subsidio es 2000, se tiene una perdida neta en este mercado de 400.

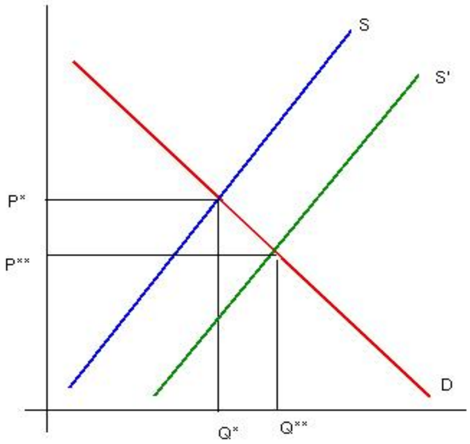
En otras palabras, el costo de internalizar es muy elevado en relación al beneficio de la externalidad. En este caso, si bien la externalidad es positiva, un subsidio a los productores que lleve la producción al nivel del óptimo social no incrementa el bienestar total de la sociedad.

4. Considere la contaminación ambiental provocada por la explotación minera en el pueblo X de la sierra del Perú. Estime si internalizar la externalidad puede realizarse sin la intervención del gobierno. ¿Es posible una salida a la Coase en lugar de una salida a la Pigou? (**Intermedio**).

   La salida a la Coase implica que los costos de transacción sean suficientemente bajos o nulos. Aquí los costos de internalizar se refieren al costo de negociar entre las partes las asignaciones eficientes.

   En el caso de la explotación minera que contamina el ambiente de las comunidades en el área de influencia del proyecto minero, los costos de transacción han sido relativamente altos aunque en muchos casos ha conducido a internalizar bajo la fórmula de la "licencia social". La licencia social es la autorización que la comunidad entrega a la minera para proceder a la explotación sometida a la restricción de cubrir los costos de la contaminación.

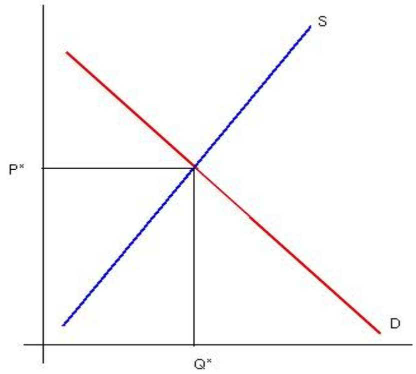
   Si bien la licencia social se considera un acuerdo privado, donde no interviene el gobierno, no se puede decir que representa una solución a la Coase. La solución a la Coase implica *nulos o bajos costos de transacción que aquí no se presentan. Generalmente la minera no incorpora los costos sociales de la contaminación y termina reaccionando frente al reclamo de las comunidades. En una primera etapa, las comunidades son rechazadas y las mineras demandan la intervención del gobierno en su defensa. Sólo cuando el conflicto social está abierto, y en la mayoría de casos con víctimas de parte de la sociedad, la minera busca la licencia social.*



La salida a la Pigou se presenta como la alternativa cuando los costos de transacción son altos. El gobierno, a través de un impuesto, busca conducir la producción en dirección al volumen óptimo, internalizando la externalidad. En el caso peruano no se cuenta con intervenciones de este tipo. Pero tampoco con soluciones a la Coase.

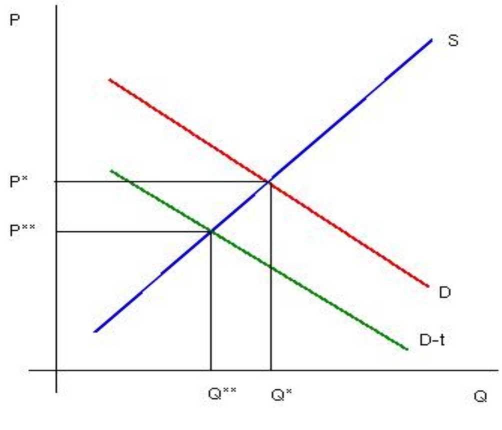
La licencia social, se presenta entonces, como una solución intermedia. La negociación entre las partes es el resultado del conflicto social. La precondición es el conflicto social. Sin embargo, en la medida que la licencia social se extienda como alternativa para internalizar, la solución se aproximará más a la solución a la Coase. Las mineras no van a esperar el conflicto social para solicitar la licencia social.

5. Analice el mercado de la producción de gas natural de petróleo y el impacto que puede tener un impuesto a los productores, teniendo en cuenta el mayor bienestar que se puede generar. (**Intermedio**)



Vamos a analizar el mercado de la producción de gas natural sin tener en cuenta la perdidad de bienestar que puede generar, es decir, sin la presencia de externalidades negativas. La curva de demanda del mercado representa el valor social del producto, mientras que la curva de oferta representa los costos privados de producción. El equilibrio del mercado a un cierto precio, iguala la cantidad demandada con la cantidad ofertada. El dibujo de la izquierda muestra los resultados.

Vamos a considerar ahora la presencia de la externalidad. La producción de gas provoca contaminación ambiental e incrementa los costos sociales de producción. El costo social es una función lineal de pendiente positiva que se encuentra más arriba de la curva de oferta del mercado que refleja los costos privados. Al desplazarse hacia arriba la curva de oferta, el equilibrio entre la demanda y el costo social se



encuentra más a la izquierda del equilibrio del mercado, reflejando que la cantidad que se produce en el mercado no es óptima desde el punto de vista social. El dibujo de la derecha muestra los resultados obtenidos. La cantidad Q es la cantidad óptima desde el punto de vista social, y es menor a la cantidad que se produce en el mercado.*

*Para obtener la cantidad de gas óptima en el mercado, se requiere "internalizar" la externalidad, y para ello se considera la aplicación de un impuesto a los productores. Si a los productores se les aplica un impuesto equivalente a la distancia vertical entre la curva de oferta (costo privado) y la curva de costo social, los productores disminuirán la producción del mercado para llevarla de Q** a Q*, generándose una asignación eficiente de los recursos.*

6. Analice el consumo de cigarrillos y el impacto que puede tener un impuesto a los consumidores, teniendo en cuenta el mayor bienestar que se puede generar. (**Básico**)

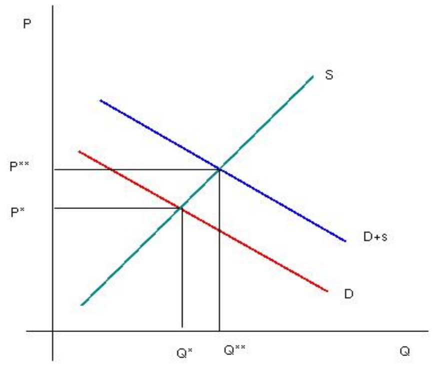
El consumo de cigarrillos es una externalidad negativa. Los productores de cigarrillos tienen su curva de oferta, los consumidores tienen la curva de demanda que aquí representa el valor privado de su consumo. La oferta y la demanda (sin considerar la externalidad) determinan la cantidad de equilibrio. En el dibujo de la derecha es Q la cantidad de equilibrio del mercado.*

*¿Qué ocurre si se considera la externalidad? El valor social del consumo de cigarros es menor al valor privado. En la intersección entre el valor social (curva de demanda de color verde) y la oferta, se encuentra la nueva cantidad de equilibrio. El consumo de equilibrio con externalidad es Q** que es menor que Q*. Esto quiere decir que el consumo social es, o debe ser, menor a la cantidad que se consume en el mercado. En otras palabras, el consumo en el mercado está sobredimensionado y representa una asignación ineficiente de los recursos. Es necesario corregir esta ineficiencia.*

Si el gobierno decide intervenir en el mercado aplicando un impuesto a los consumidores, los consumidores reducirán su precio de demanda y el consumo disminuye acercándose a la cantidad socialmente óptima.

7. Analice el consumo de educación y el impacto que puede tener un subsidio a los consumidores, teniendo en cuenta el mayor bienestar que se puede generar. (**Básico**)

El consumo de educación es una externalidad positiva. Los productores de educación tienen su curva de oferta, los consumidores tienen la curva de demanda que aquí representa el valor privado de su consumo. La oferta y la demanda (sin considerar la externalidad) determinan la cantidad de equilibrio. En el dibujo de la izquierda es Q la cantidad de equilibrio del mercado.*



*¿Qué ocurre si se considera la externalidad? El valor social del consumo de educación es mayor al valor privado. En la intersección entre el valor social (curva de demanda de color azul) y la oferta, se encuentra la nueva cantidad de equilibrio. El consumo de equilibrio con externalidad es Q** que es mayor que Q*. Esto quiere decir que el consumo social es, o debe ser, mayor a la cantidad que se consume en el mercado. En otras palabras, el consumo en el mercado está subdimensionado y representa una asignación ineficiente de los recursos. Es necesario corregir esta ineficiencia.*

Si el gobierno decide intervenir en el mercado aplicando un subsidio a los consumidores, los consumidores aumentarán su precio de demanda y el consumo aumentará acercándose a la cantidad socialmente óptima.

8. Suponga que enfrentamos una externalidad negativa en la producción y la empresa se enfrenta al problema de internalizar. El gobierno tiene tres opciones para buscar internalizar la externalidad. Una primera opción es promover la solución privada de la externalidad. Una segunda opción es aplicar un impuesto pigoviano. Y una tercera opción es distribuir permisos para producir la externalidad negativa. Analice cada una de las alternativas y decida cuál de ellas la considera más eficiente y por qué. (**Avanzado**)

Las tres alternativas permiten internalizar la externalidad. Tratándose de una externalidad negativa en la producción, vamos a sumir que se trata de la contaminación que genera una actividad como la minería. Y que la empresa minera asume un costo por disminuir la contaminación anual que, arroja al río.

En la primera alternativa, la minera se pone de acuerdo con la comunidad mediante la Licencia Social para asumir los costos de la contaminación del río. En esta alternativa los costos de transacción siguen siendo altos y la posibilidad del acuerdo depende básicamente de que la comunidad muestre amenazas serias de impedir la operatividad de la empresa si no se resuelve el problema de la contaminación. El acuerdo se establecería sobre la base del desarrollo del conflicto social. Si las amenazas de la comunidad son creíbles, el costo de la contaminación sería asumido íntegramente por la empresa. Si las amenazas son son creíbles, el peso de la contaminación sería asumido por la comunidad.

La segunda alternativa, el impuesto pigoviano, provoca la reducción de la producción y la transferencia de recursos al Estado para enfrentar la contaminación. En este caso la producción se llevaría al nivel óptimo desde el punto de vista social. Cuando los costos de transacción son altos, como en este caso, esta es la opción que el Estado debe considerar. Se trata de generar estímulos económicos para decidir los volúmenes óptimos de producción.

La tercera opción apertura un mercado de permisos de contaminación. Aquí se trata de ganar el derecho a contaminar. Si el Estado, por ejemplo, ordena que la contaminación se reduzca en 100 toneladas al año y hay dos empresas que contaminan el río, puede decidir ordenar una reducción de 50 toneladas a cada empresa. Pero también puede considerar que el resultado esperado es una disminución de 100 toneladas de contaminación anual del río. Si se consideran sólo los resultados, las 100 toneladas de reducción de la contaminación pueden ser generadas por una empresa, por la otra, o por cualquier combinación en la función $Q_1 + Q_2 = 100$ *, donde* Q_1 *es la reducción de contaminación de la empresa 1 y* Q_2 *es la reducción de contaminación de la empresa 2.*

Si los costos de reducción de la contaminación fueran diferentes para cada empresa, la empresa con menores costos tendría el estímulo de reducir la contaminación y vender su derecho de contaminar a la empresa con mayores costos mediante un precio que le permita maximizar beneficios.

Por ejemplo, si la empresa 1 tiene un costo de 100 para reducir la contaminación en una tonelada y la empresa 2 tiene un costo de 200, la empresa 2 estaría dispuesta a comprar el derecho a contaminar a la empresa 1 por un precio mayor a 100 pero menor a 200. De esta manera, si se tiene que reducir la contaminación en 100 toneladas, la empresa 2 podría decidir incluso aumentar su nivel de contaminación, si logra comprar los derechos de contaminación suficientes a la empresa 2. Si la empresa 1 reduce la contaminación en 150 toneladas, la empresa 2 puede incrementar su nivel de contaminación en 50 toneladas, y lograrse la meta de reducción de 100 toneladas de contaminación.

Los diferentes costos generan el mercado de derechos de contaminación. Esta tercera opción es la que se viene desarrollando con mayor fuerza en la actualidad como mecanismo de internalización de las externalidades negativas. El gobierno fija los objetivos de descontaminación y emite los permisos de contaminación.

9. ¿De qué manera una patente internaliza una externalidad? (**Básico**)

   En la medida que las patentes restringen la socialización de todas las creaciones, en esa medida restringen su uso y aproximan la cantidad producida a la cantidad de equilibrio del mercado. Una patente no internaliza una externalidad; más bien la externaliza.

   Si se desarrolla un invento y no se cuenta con la patente, el costo social es menor al costo privado y la producción se llevaría al nivel del óptimo social. Sin embargo, esto desincentiva a los inventores.

   Una patente cumple la función de elevar el costo social al nivel del costo privado, reduce la producción aproximándola a la cantidad de equilibrio del mercado y eleva los precios. Cuando el Estado considera que el dueño de la patente ha recibido los suficientes estímulos, entonces la patente deja de proteger los derechos de autor, los costos sociales bajan y la producción retorna al óptimo social.

   El problema es decidir cuándo debe dejar de actuar la protección de los derechos de autor. Si nunca funcionan se perdería el estímulo. Si siempre funcionan no se socializan los frutos de la patente.

10. El desarrollo de instituciones no lucrativas como las ONG, a lo largo de todo el mundo, ¿son una forma privada de resolver las externalidades negativas? (**Intermedio**)

    En muchos países la presencia de organizaciones no lucrativas denominadas ONG, organizaciones no gubernamentales, se ha desarrollado de manera exponencial. No son empresas privadas ni son instituciones públicas.
    Al no perseguir fines de lucro están más interesadas en maximizar los ingresos que los beneficios. Y al maximizar ingresos, dadas las respectivas funciones de demanda, se ubican al nivel donde la elasticidad es unitaria. En consecuencia su política de precios sería neutra.

    El mercado de las ONG tiene que ver principalmente con su preocupación por el bienestar social y en ese sentido focaliza su actividad allí donde se presentan externalidades. Es por *eso que su campo de acción tiene que ver con los Derechos Humanos, la igualdad de Genero, la contaminación y la defensa del medio ambiente.*

Y en la medida que pueden internalizar las externalidades, su orientación descansa más en las soluciones privadas, de acuerdo con Coase, antes que en la intervención del Gobierno.

Capítulo 9

Bienes Públicos: Solucionario

11. Recientemente la Provincia Constitucional del Callao celebró su aniversario y el Gobierno Regional, entre otras actividades, realizó una función de fuegos artificiales en el Parque Recreacional Yawar Huaca. Los fuegos artificiales se llegaron a ver a 1 kilómetro de distancia. Se estima que unos 30,000 chalacos apreciaron el espectáculo. Pero el espectáculo fue gratuito. ¿Por qué? ¿Cómo se financió? (**Intermedio**).

La mayor parte de ceremonias de aniversario a lo largo del país, tienen más o menos las mismas características. Las actividades de celebración terminan con un espectáculo de fuegos artificiales que congrega a mucha gente y que es gratuito.

Una razón por la que estos espectáculos son gratuitos es porque quienes los consumen no pueden ser excluidos. Es decir, para gozar de los fuegos artificiales basta con estar en el área de influencia del espectáculo y tener una visión normal. Y como generalmente no es posible excluir a la población del área de influencia del espectáculo, todos pueden gozar del espectáculo gratuitamente.

Si los fuegos artificiales tuvieran un área de influencia muy restringido, digamos de 100 metros cuadrados, el espectáculo puede desarrollarse dentro de un local y cobrar un derecho de admisión. En este caso el espectáculo dejaría de ser gratuito.

La razón por la que el espectáculo es gratuito es porque no es excluíble.Y si no es excluible el comportamiento del consumidor tiende a ser parásito. El consumidor recibe el beneficio y no paga por él.

Pero existe una segunda razón por la que el espectáculo de fuegos artificiales en el Callao ha sido gratuito. Es que el consumo del espectáculo no agota el espectáculo para otros consumidores. Esto significa que no provoca rivalidad. En el caso de un bien que se intercambia en el mercado, la rivalidad implica que el consumo del bien por parte de un consumidor impide que el mismo bien sea consumido por otro consumidor. Pero en el caso de los fuegos artificiales, el consumo por parte de una persona no limita el consumo por parte de ningún otro.

Cuando los bienes o servicios tienen estas dos características, no exclusión y no rivalidad, se consideran bienes o servicios públicos, y su asignación se realiza por fuera del mercado. Sin embargo esto no implica que todos los bienes o servicios que no son excluibles y no son rivales, se tengan que producir, es decir que impliquen la asignación de recursos.

Si el valor para los consumidores de los fuegos artificiales fuera de 1 nuevo sol, el valor total asignado es de 30,000 nuevos soles. Si el costo de los fuegos artificiales es menor a 30,000 nuevos soles el evento debe realizarse. Pero si su costo es mayor a 30,000 nuevos soles no se deben asignar recursos para este fin.

Si el costo es menor al valor de demanda, es conveniente realizar la actividad. Pero la empresa privada no la va a realizar mientras no tenga la garantía del retorno adecuado de la inversión (beneficios económicos positivos o normales). Si el costo de los fuegos artificiales fuera de 10,000 nuevos soles, el Gobierno Regional puede fijar un impuesto, por *ejemplo, de 50 centavos, y recaudar 15,000 nuevos soles para contratar a una empresa privada. Para los consumidores, el costo sería de 15,000 nuevos soles con un beneficio de 30,000. Para el Gobierno Regional, la recaudación sería de 15,000 y puede contratar el servicio por un intervalo de precios que va de 10,000 a 15,000. Y para la empresa privada, con costos de 10,000 puede obtener beneficios en un intervalo de 0 a 5,000.*

6. Recientemente la Municipalidad de Lima ha inaugurado un puente peatonal sobre el intercambio vial de la Av. Colonial a la altura de la Av. Universitaria. El acceso al puente peatonal no se realiza mediante escalera sino sobre un plano inclinado con dos niveles. Los peatones tienen que caminar unos 120 metros para pasar de un lado al otro de la Av. Colonial. El costo del puente es de 80,000 nuevos soles y la Municipalidad estima que las muertes de peatones por accidentes de tránsito al cruzar la avenida, van a disminuir en un 0,3%. El puente es un bien público por que no genera rivalidad en su consumo ni excluye a nadie. ¿Ha sido acertado invertir 80,000 nuevos soles en este puente? (**Intermedio**)

   Tratándose de un bien público, la asignación de 80,000 nuevos soles es eficiente sólo si los beneficios son mayores a los costos. Conocemos los costos pero no conocemos los beneficios. Los beneficios que se conocen tienen un sentido cualitativo. Si anualmente se producen 5 muertes de peatones al cruzar la avenida, la presencia del puente reduciría el número de muertes a 4,85; es decir en 0,15 muertes. Para tener la certeza que los recursos se han asignado adecuadamente, habría que convertir el beneficio de la reducción en 0,15 muertes en un beneficio monetario. Y el problema aquí es estimar el valor monetario de la vida humana.

   Cualquiera que sea el modelo que se elija para hacer la estimación, la Municipalidad tendría que haber concluido que el valor monetario de 0,15 vidas humanas es mayor a 80,000 nuevos soles.

   El modelo que más se emplea en estas situaciones es el de la estimación del riesgo de vida de los peatones. Dado el perfil de peatones en la zona de influencia del puente peatonal, se estima la poliza de vida que una compañía de seguros está dispuesta a pagar por el peatón promedio.

   Si la poliza pagara 533333,33 nuevos soles a los beneficiarios por la muerte del asegurado, estaría pagando 80000 nuevos soles por el 0,15 de esa vida, que es lo que cubre los costos del puente. Para que la asignación de los recursos sea eficiente, la poliza debería ser mayor, digamos 1000000 de nuevos soles. ¿Es este el valor promedio de un seguro de vida en Lima? Probablemente no. En consecuencia, el puento es una asignación ineficiente de recursos.

7. Defina y describa mediante un ejemplo: bienes públicos, bienes privados, recursos comunes y monopolios naturales. (**Básico**)

   La definición de cada bien se determina por sus características en términos de exclusión y rivalidad.

   Si el bien es excluible y rival, es un bien privado. Un libro de microeconomía. Sólo lo puedo consumir si lo compro y sólo lo puedo leer si otro no lo lee cuando yo lo hago.

   Si el bien no es excluible y no es rival, es un bien público. El servicio municipal de serenazgo. Nadie queda excluido del servicio y nadie recibe menos del servicio cuando otro está recibiendo el servicio. (Si bien esto no es exacto, la idea es que al emplear el servicio

no se reduce de manera significativa el uso del servicio para otros. Es difícil pensar que muchos ciudadanos demanden al mismo tiempo el servicio de tal manera que la capacidad del mismo sea superada).
Si el bien no es excluible pero es rival, se trata de un recurso común. Un parque de diversiones. Todos tenemos derecho de acceso pero la cobertura del servicio es limitada. Al entrar al parque de diversiones el espacio que empleamos no puede ser empleado por otros.

Si el bien es excluible pero no es rival, tenemos un caso de monopolio natural. El acceso al servicio de telefonía fija domiciliaria. Sólo tienen acceso los que pagan el servicio. Pero al pagar el servicio el consumo del servicio no restringe al resto del mismo consumo. También aquí esto no es exacto. Por ejemplo, durante las primeras horas posteriores al terremoto del año pasado, el servicio telefónico domiciliario colapsó. Como todos querían acceder al servicio, la capacidad de atención fue superada. Sin embargo, no deja de ser un caso extremo. En general, al consumir más no se excluye el consumo de otros.

8. Durante muchos años el Perú fue una potencia mundial en la extracción de anchoveta y durante algunos años ocupó el primer lugar en el mundo. Esa situación ha desaparecido y hoy el Perú siendo todavía un importante país en la extracción de este recurso no ocupa los primeros lugares. ¿Por qué? (**Intermedio**)

La extracción de anchoveta que nos permitió ocupar los primeros lugares en el mundo, ha disminuido sensiblemente por la sobreexplotación del recurso. El recurso ha sido extraído sin darle tiempo suficiente para su recuperación.

Y esto ocurre porque el recurso es un recurso común. Supongamos que nos encontramos viviendo alrededor de un lago rico en peces. El recurso es común pero no es un bien público. No es excluible, todos tienen derecho a pescar, pero es rival, si alguien pesca un pescado otro no puede hacerlo.

Mientras la capacidad de la población que vive en los alrededores, para extraer peces, sea menor a la capacidad de los peces de reproducirse, el recurso se va a mantener sin límites en el tiempo. Pero en la medida que la capacidad para extraer sea mayor a la capacidad del recurso para recuperarse, el recurso se va a extinguir.

Las familias pueden ponerse de acuerdo para limitar los volúmenes de pesca. Sin embargo esta salida, que representa una solución, no es muy probable en la medida que el interés de cada familia se encuentra en conflicto con el interés social de mantener el recurso para todos. Todos queremos que el recurso se mantenga pero todos queremos pescar más.

En la medida que la solución privada, no es probable, la solución puede venir del lado del Estado, o el Gobierno Local regulando la captura en términos de estacionalidad y de volumen.

En el caso de la extracción de anchoveta, las cuotas de pesca son una alternativa adecuada y es la que se ha aprobado últimamente en el Congreso de la República. La idea es que cada nave tenga determinado el volumen de su pesca anual y no tenga mayores estímulos para acelerar su captura en un período determinado.

Mientras el interés privado entre en conflicto con el interés social, los recursos comunes tienen a ser sobredemandados. Las soluciones van desde la regulación, pasando por la aplicación de impuestos, hasta incluso la privatización del recurso común.

9. ¿En la “tragedia de los recursos comunes” es posible una solución a la Coase? (**Básico**)

   La “tragedia de los recursos comunes” se refiere a la sobredemanda del recurso común que conduce a su agotamiento. Y esto es resultado del conflicto entre el interés privado y el interés público. En la medida que el recurso común no es excluíble, el interés privado está orientado a la extracción máxima del recurso para maximizar el beneficio. Pero en la medida que el recurso es rival se genera una externalidad negativa.

   Al extraerse el recurso para fines privados, la sociedad pierde el recurso. Y entonces el problema se debe sujetar al mismo tratamiento que las externalidades negativas. Una primera manera de enfrentarlo es mediante soluciones privadas. Las soluciones privadas, como señala el Teorema de Coase, son factible solamente si los costos de transacción son nulos o pequeños. Es decir, si los costos de ponerse de acuerdo para regular la extracción del recurso común, son nulos o pequeños, la solución privada internaliza la externalidad.

   Generalmente los costos de transacción están asociados al número de negociadores. Mientras mayor el número de negociadores, el costo de transar es más alto. En consecuencia, si se trata de ponerse de acuerdo entre 50 familias que viven alrededor de una pequeña laguna para proteger la reserva de peces, los costos son relativamente bajos y la solución a la Coase se pondrá en práctica.

   Pero si se trata de regular las cuotas de extracción de miles de pescadores, los costos son elevados y se requiere de la intervención del Estado. Y la solución por esta vía, tiene que ver con impuestos pigovianos, regulación propiamente dicha o la distribución de derechos para producir externalidades negativas.

10. A las 9 de la mañana de un día cualquiera que no es el Domingo, Pedro Medario sufre de impotencia por tener que estar detenido durante cuarenta minutos sobre la Av. Javier Prado a la altura de la Av. Arenales y la Av. Arequipa. Si se encuentra una cuadra antes de la Av. Arenales, del Callao para San Borja, llegar a la Vía Expresa le representa 40 minutos de tiempo. ¿Por qué? ¿Cómo resolver este problema? (**Intermedio**).

    El problema de Pedro Medario es un problema de congestión del tránsito. Y el problema de congestión del tránsito es el problema de recursos comunes. Nadie está excluido de emplear la Av. Javier Prado pero cada uno de los que la emplea genera congestión al resto.

    Curiosamente, la misma Av. Javier Prado, en la misma disposición, a la altura de Arenales y Arequipa, cuando Pedro Medario quiere ir del Callao a San Borja, es un bien público si hace el trayecto a las 2 de la madrugada. La Av. está descongestionada y un carro más no genera congestión al resto.

    Así, un bien público es un pista descongestionada, pero congestionada es un recurso común. Y tratándose de un recurso común está sometido a la “tragedia de los recursos comunes”. En este caso una sobredemanda porque el tránsito a esa hora es muy elevado.

    El problema se resuelve internalizando la externalidad. Es muy poco probable que se encuentre una solución privada a la Coase. También es poco probable que se resuelva con el trabajo eficiente de un policía de tránsito y/o de un semáforo. Esta “solución” existe y no resuelve nada.

    La solución tendría que ver con la disminución drástica de la demanda. Es decir, convertir la Av. Javier Prado de congestionada en la hora pico en descongestionada. Una salida es el *impuesto pigoviano. Puede tratarse de una caseta de peaje. Una salida indirecta es un impuesto sobre la venta de automóviles o sobre el consumo de gasolina, que reduce la demanda de automóviles y tiene un efecto de descongestión. Una otra salida es la restricción sobre el transporte público de pasajeros.*

11. Las investigaciones de Hernando de Soto, El Otro Sendero, y El Misterio del Capital, conducen a la conclusión que la asignación de derechos de propiedad puede y debe conducir a liberar las fuerzas del mercado, con su impacto sobre el crecimiento y el desarrollo. ¿Tiene este análisis relación con el tema de bienes públicos, recursos comunes o externalidades negativas? (**Avanzado**).

Los estudios de Hernando de Soto sobre la asignación de derechos de propiedad conducen efectivamente a la liberación de fuerzas del mercado. El tema principal de su primer trabajo, tenía que ver con la titulización de propiedades y el rescate de su valor de mercado para generar créditos productivos.

La preocupación general es que en la medida que la asignación de recursos no está establecida de manera precisa, los recursos se consideran como comunes. Todos parecen tener el derecho de acceder a ellos pero el acceso a ellos limita el acceso de los demás.

Por esta vía Hernando de Soto explica el crecimiento extraordinario de la vivienda popular y del desarrollo de estrategias de sobrevivencia (autoempleo) que generaron el colchón social que impidió, de acuerdo con De Soto y razón del título de su libro, que Sendero Luminoso pudiera ser una alternativa de poder en el Perú.

En consecuencia "el otro sendero" estaba representado por el denominado "capitalismo popular". Pero este capitalismo popular tenía un límite. No puede avanzar más mientras siga siendo no excluíble y rival. Y por eso Hernando de Soto propone la alternativa de privatización de esta suerte de "recurso común" mediante la asignación de derechos de propiedad. Se trata de convertir los recursos comunes en bienes privados.

12. Si la demanda de Pedro Medario por un bien público es $Q = 100 - P$ y la demanda de Carmen Tirosa por el mismo bien público es $P = 80 - Q$ y si nadie más demanda el bien público, ¿cuál es la demanda del bien público? (**Básico**)

Si la demanda está conformada por Pedro Medario y Carmen Tirosa, la demanda total será la suma de las demandas de cada uno de ellos. Sin embargo, para estimar esta demanda total hay que tener presente que se trata de un bien público y no de un bien privado.

Si se tratara de un bien privado, la demanda total es la suma horizontal de las funciones de demanda de Pedro y de Carmen. Esto quiere decir que nos interesa conocer la cantidad demandada para cada precio.

Pero en el caso de un bien público, no se trata de la cantidad demandada para cada precio, sino del precio para cada cantidad demandada. La demanda de un bien público viene a ser la disposición máxima a pagar por una unidad dada una cantidad de unidades, por cada consumidor.

En consecuencia, para hallar la demanda total del bien público, necesitamos hallar la suma vertical, no horizontal, de las funciones inversas de demanda. Esto es, para Pedro Medario $P = 100 - Q$ *y para Carmen Tirosa* $P = 80 - Q$. *La demanda total es* $P = 180 - 2Q$ *cuando Q* *se encuentra en el intervalo (0 , 80) y es* $P = 100 - Q$ *cuando Q se encuentra en el intervalo (80 , 100). En consecuencia, la demanda total del bien público, es una curva de demanda quebrada con dos tramos. En un primer tramo, demandan los dos consumidores, y en un segundo tramo, sólo demanda Pedro Medario.*

13. La demanda en Arequipa por los servicios de recreación que permite la presencia descontaminada del río Chili está dada por $P = 50 - \frac{Q}{2}$. Existen 1000 personas con la misma demanda. El costo marginal de mantenimiento del río por parte de la Empresa Municipal de Saneamiento es de 5000 nuevos soles por cada 100 metros de río (una cuadra). Estime el nivel óptimo de mantenimiento del río. (**Intermedio**)

    Primero determinamos la demanda total como la suma vertical de las funciones de demanda. Como todas las demandas son iguales la demanda total se expresa sobre el rango de 0 a 100 cuadras de río.

    $P = 50 - \frac{Q}{2} \rightarrow P = 50000 - 500\text{Q}$. *Como el costo marginal es constante, el óptimo de cuadras de mantenimiento se encuentra allí donde la demanda total se intersecta con la función de costo marginal.*
    $P = 50000 - 500\text{Q} = 5000 \rightarrow Q^* = 90$.

14. La demanda de Jaime Canico por pechuga de pollo es $P = 40 - Q$ mientras que su demanda por alitas de pollo es $P = 30 - \frac{Q}{2}$. La empresa San Fernando acaba de sacar un nuevo producto, pechugas más alitas con una función de oferta $P = Q$. Encuentre el precio y la cantidad de equilibrio del producto de San Fernando. (**Básico**)

    Para determinar el equilibrio del mercado, necesitamos conocer la demanda de Jaime Canico por los dos productos, pechuga y alitas. Esto es la suma vertical, no horizontal, de sus funciones de demanda.

    $P = 40 - Q$ *Más* $P = 30 - \frac{Q}{2}$*, es decir* $P = 70 - \frac{3\text{Q}}{2}$ *válido para el tramo de demanda que va a de 0 a 40 unidades. Por encima de 40 unidades no existe demanda para el producto conjunto (pechuga más alitas) porque Jaime Canico sólo demanda alitas.*

    El equilibrio del mercado se encuentra igualando la demanda con la oferta:

    $P = 70 - \frac{3\text{Q}}{2} = Q \rightarrow Q^* = 28$.

Capítulo 10

Teoría de la Información: Solucionario

1.- ¿Cuáles serían las tesis centrales que llevan a considerar a la nueva Teoría de la Información como parte de la respuesta de los economistas a las nuevas situaciones que se presentan en la actualidad? (BÁSICO).

Las interrogantes a muchos de los problemas de la economía, como los referidos a los ajustes de los precios, los del desempleo, las tasas de interés y otros, se centran en la distribución asimétrica de la información disponible entre los agentes que operan del lado de la oferta y los que actúan del lado de la demanda. La tesis fundamental de los que proponen toda una escuela de pensamiento económico contemporánea, que han desarrollado la Teoría de la Información, estriba, en primer término, en que la característica esencial de las economías de mercado es la asimetría en la información disponible a los agentes económicos y, en segundo, en que este rasgo distintivo es un factor determinante en la formación de los precios, la distribución del ingreso, el crecimiento, los ciclos y la política económica. "Las economías de mercado se caracterizan por un alto grado de imperfecciones" (Akerlof, Spence y Stiglitz)

El enfoque de información asimétrica suministra fundamentos de competencia imperfecta al análisis económico y demuestra con base en ello que, en contradicción a la hipótesis fundamental de la teoría walrasiana del equilibrio general, la economía de mercado tiende espontáneamente a trampas de equilibrio macroeconómico subóptimos, es decir, a un equilibrio derivado del intercambio y del mecanismo de precios que no es socialmente eficiente. Si "las imperfecciones microeconómicas conducen a rigidez de precios macroeconómicas", la consecuencia práctica que se infiere de los microfundamentos de información asimétrica es que en una economía de mercado la regulación de la actividad económica sí puede ser efectiva, es la conclusión a que llegan los mencionados economistas. En este sentido, el modelo de información asimétrica constituye una ruptura radical con los principios axiomáticos, las hipótesis, las deducciones, inferencias y tesis económicas de los modelos walrasianos de equilibrio general de diversa especie, del monetarismo, el modelo de ciclos económicos reales y el paradigma de expectativas racionales de la nueva macroeconomía clásica. Y, principalmente, representa un retorno a la economía de Keynes; pero esta vez, a diferencia del modelo de síntesis neoclásica que integra microfundamentos walrasianos con teoría macro keynesiana en el modelo IS-LM, se postula un modelo que explica, con base en microfundamentos de competencia imperfecta, la evolución de la economía enfatizando la influencia de las externalidades y de la segmentación continua de la información en los mercados.

A estas interrogantes similares responde el paradigma de la economía de mercados con información asimétrica, de la cual tres conspicuos pioneros fueron galardonados con el Premio Nóbel en Economía 2002, a saber: George Akerlof (Universidad de California, Berkeley), Michael Spence (Universidad de Stanford) y Joseph Stiglitz (Universidad de Columbia). El trabajo de estos destacados economistas es una contribución para analizar las fallas del mercado y del mecanismo de precios en los mercados agrícolas, financieros y de trabajo.

2.- Defina el concepto de "selección adversa", y fundamente cuales son lo supuestos en que se basa. (BÁSICO).

Akerlof mostró el efecto desplazamiento (crowding out) en el marco de una economía con información asimétrica: los agentes con más información (prestatarios, vendedores en mercados de segunda mano) desplazan a los menos informados del mercado, y, en consecuencia, el producto "malo" desplaza al producto "bueno". Akerlof extendió la famosa Ley de Gresham al caso en que los agentes no pueden distinguir entre el bien de alta calidad y el bien de baja calidad debido a la presencia de información asimétrica; los supuestos de su modelo son: (i) oferta de una mercancía indivisible que se presenta en dos calidades, el bien de baja calidad (L) y el de alta calidad (H);
(ii) la oferta se realiza en proporciones fijas, λ y 1-λ respectivamente;
(iii) los consumidores no pueden reconocer a priori las diferencias cualitativas del producto debido a "información privada" u "oculta" en poder del vendedor;
(iv) en razón de la presencia de información asimétrica, para los consumidores el valor del bien de baja calidad en unidades monetarias es igual a ωL y el del bien de alta calidad es ωH > ωL, mientras que para el oferente los valores respectivos son vL< ωL y vH < ωH;
*(v) en ausencia de regulación de los mercados, el mismo bien de calidad dual (alta y baja) se comerciará en un solo mercado y los consumidores no podrán identificar esta dualidad cualitativa, lo que dará lugar al fenómeno de **selección adversa**.*
En estas circunstancias, el intercambio realizaría un resultado "socialmente eficiente" si y sólo si existieran mercados diferenciados para cada calidad del mismo
bien. Sin embargo, en competencia perfecta y con mercados desregulados o liberalizados, en lugar de un resultado eficiente, el fenómeno de información asimétrica induciría un efecto del tipo ley de Gresham al que la teoría económica de los mercados con información asimétrica denomina selección adversa.

3.- Explique cómo se aplicaría el concepto de selección adversa para el caso de la industria del vino donde existe calidades diferentes. (Asuma dos calidades como el modelo planteado por Akerlof). (INTERMEDIO)

El proceso es el siguiente: Asumamos que el precio del vino de baja calidad sea VB, el de mayor sea VA; además la proporción de la oferta (que la consideraremos fija) es λ *para el vino de baja calidad, por tanto* $1-\lambda$ *la proporción asumida para el vino de alta calidad, entonces, el precio promedio fijado por los consumidores sería:*

$$\overline{p} = VB\lambda + VA(1-\lambda)$$

A causa de la segmentación informativa, el precio del vino de alta calidad fijado por el oferente es: $P_{VA} > \overline{p}$

$\overline{p}$ *establece el límite máximo alcanzable para el precio del bien comerciable. En consecuencia, el consumidor racional sólo estará dispuesto a pagar un precio* $P \leq \overline{p}$ *y éste será el precio de equilibrio en el mercado. De este modo, el productor de los vinos de alta calidad experimentará una pérdida de ingreso inducida por el diferencial de precios proporcional a:*

$$Pérdida = P_{VA} - \overline{p} \rightarrow P_{VA} - \lambda VB - (1-\lambda)VA$$

en consecuencia, sería desplazado del mercado por la competencia, porque el resultado del mecanismo de precios en estas circunstancias es un proceso de selección adversa (del vino de baja calidad en contra del vino de mayor calidad). En suma, la "mano invisible" conduce a la economía a la ley de Gresham a través del principio de información asimétrica en los mercados.

4.- Analice lo que ocurre en el mercado del trabajo si asumimos dos hipótesis:

a) En el caso que se tome como señalamiento la educación (primaria y secundaria completa) para conocer la productividad del trabajador.
b) En ausencia de un método de señalamiento. (INTERMEDIO)

a) Podemos analizar el fenómeno de selección adversa en el mercado de trabajo entre empresas y trabajadores, asumiendo ciertos supuestos analíticos;
i) digamos que la oferta de trabajo se compone de trabajadores con productividad baja (PMb) y de trabajadores con productividad alta (PMa), y su participación en el stock total de trabajo es ψ y 1- ψ respectivamente;
ii) aunque PMb sea menor que PMa, los empresarios no pueden identificar el diferencial en la productividad del trabajo, pero sí identifican el nivel educativo y, por tanto, de calificación de los trabajadores, que se mide por el grado de escolaridad;
iii) los salarios se fijan con base en la productividad del trabajo, y ésta depende de la escolaridad (ε) del trabajador, de modo que si suponemos competencia perfecta y rendimientos constantes a escala, el salario se determina así:
$W= W(\varepsilon)$
iv) el costo relativo de la educación —menor para los trabajadores del segmento 1- ψ y mayor para el segmento ψ— determina la "cantidad" de escolaridad deseada por los trabajadores;
v) los agentes optimizan su ingreso; cuando ε = 0, el salario es Wb y en casos distintos el salario será Wa, que sería mayor que Wb.
Spence (uno de los economistas que desarrollaron la Teoría de la Información Asimétrica) demuestra la existencia de múltiples equilibrios, si bien uno de ellos es el equilibrio de señalamiento "socialmente más eficiente". Este es el equilibrio que deja satisfechos tanto a los trabajadores no calificados como a los calificados o más productivos con la tasa de salario (diferencial) que perciben ambos cuando la economía se halla en esa posición, en la cual alcanza un equilibrio alto, es decir, el equilibrio signaling más eficiente.

b) En ausencia de un método de señalamiento.
En ausencia de algún método de señalamiento que permita a las empresas discriminar entre trabajo de baja productividad (PMb) y trabajo de alta productividad (PMa), los empresarios ignorarán el valor de ε; o bien el valor de ε no será un determinante del salario, al menos no de PMa, ni de las expectativas de productividad por parte de los empresarios. En consecuencia, la productividad promedio esperada será:

$$\xi= \psi PMb+ (1 - \psi)PMa$$

Al nivel ξ< (PMa = Wa), los trabajadores más productivos preferirán un nivel de educación ε = 0, donde el salario es Wb = PMb < (PMa = Wa) y se verificará un proceso de selección adversa en el mercado de trabajo del tipo ley de Gresham, el mercado de trabajo lo dominará PMb, y PMa será desplazado (efecto crowding out =efecto desplazamiento) del mercado. Como resultado se obtendrá un equilibrio bajo socialmente ineficiente. La productividad de la economía agregada disminuirá.

5.- En la aplicación de las primas de seguro, que en el caso general es aquella que es igual al gasto esperado para la compañía de seguros por concepto de pago de indemnización, es decir, p = S*I (donde S es la probabilidad de ocurrencia del siniestro, y I es la indemnización pactada). Si se diera el caso que la Compañía de Seguros no conozca S para cada individuo, ¿cómo tendría que realizarse el análisis y cuales serían los cálculos para encontrar la prima justa? Haga el análisis desde el punto de vista del *riesgo moral.* (AVANZADO)

Hay casos en que la compañía de seguros no conoce S para cada individuo. En efecto, si los *individuos difieren en su nivel de riesgo, de modo que hay individuos de tipo más riesgoso (S alto), y otros de tipo menos riesgoso (S bajo), entonces el cálculo de la prima actuarialmente justa requiere de información que la compañía de seguros desconoce. En ese caso, se dice que hay información asimétrica: el individuo (asegurado) conoce S, pero la compañía de seguros no. Dos situaciones de naturaleza distinta pueden generar esta asimetría:*

Selección adversa: en este caso, los individuos difieren en su tipo .y la compañía de seguros no conoce el tipo de cada individuo.

Riesgo moral: en este caso, los individuos son idénticos entre sí, pero pueden llevar a cabo acciones -inobservables para la compañía de seguros- que modifican su probabilidad de ocurrencia del siniestro.

Considere un individuo que debe decidir cuánto esfuerzo realizar para reducir la probabilidad de ocurrencia del siniestro S. Las acciones que puede llevar a cabo para reducir S incluyen, por ejemplo, transitar a una velocidad baja para evitar un accidente de tránsito, contratar una persona que encienda luces de noche al ausentarse de la casa en vacaciones para evitar robos, etc. Todas estas acciones son costosas para el individuo, pero puede ser óptimo llevarlas a cabo en ausencia de seguro para reducir la probabilidad de ocurrencia del siniestro. Sin embargo, una vez contratado un seguro, y limitada con ello la incertidumbre, lo óptimo para el individuo es reducir o dejar de llevar a cabo estas acciones.

Alternativamente, es posible que el problema de riesgo moral se manifieste en un mayor gasto asociado a la ocurrencia del siniestro. Considere por ejemplo el caso de un seguro de salud que promete reembolsar un porcentaje k del gasto en que incurre el individuo en caso de enfermedad. En ausencia del seguro, el individuo debe pagar el precio de cada prestación de salud; con seguro, en cambio, sólo debe pagar un porcentaje (1-k) del precio real de la prestación. Dado que enfrenta un precio más bajo por cada prestación de salud, es probable que al contratar el seguro, el individuo consuma mayor cantidad de prestaciones, o escoja prestadores más caros. Antes de contratar el seguro, entonces, el individuo realizaba un esfuerzo por reducir su gasto, que se reflejaba en que no consumía prestaciones cuyo beneficio consideraba que no compensaba el costo. Luego de contratar el seguro el individuo disminuye su esfuerzo por reducir su gasto en salud, dado que parte de ese gasto es pagado por la compañía de seguros.

Ahora bien, si las compañías de seguro anticipan este cambio de comportamiento de los individuos, ajustarán su prima de acuerdo a ello: si en ausencia de seguro el gasto asociado al siniestro es L_o y luego de contratar el seguro es L_1, la prima actuarialmente justa será $p_1=S\ (kL_1)$. En resumen, los asegurados consumen prestaciones adicionales al contratar un seguro de salud, aún cuando preferirían no consumirlas si enfrentaran su costo real al momento de la compra; sin embargo, ese costo sí es pagado por el mismo asegurado a través de una mayor prima.

En ausencia de seguro, en cambio, su gasto esperado total sería solamente SL_o. Luego, el gasto esperado en salud incurrido por el asegurado aumenta al contratar un seguro. Este mayor gasto posiblemente es subóptimo, ya que se debe al consumo de prestaciones cuyo beneficio se consideraba que no compensaba el costo. Esto es lo que justifica la práctica común de los seguros de salud de ofrecer planes de cobertura incompleta, de manera de balancear el beneficio de una mayor cobertura, la reducción de la incertidumbre, con el costo de ella.

El riesgo moral es en realidad un problema más general, que se presenta cuando una parte de una transacción puede llevar a cabo una acción en forma oculta que afecta los pagos de la otra parte.

6. ¿Cuáles son los problemas típicos en la Teoría de la Información Asimétrica? Mencione algunas de sus aplicaciones. (BÁSICO)

   El desarrollo de la economía de la información ha llevado a la sistematización de los problemas típicos en información asimétrica. De acuerdo con AKERLOF (1970), existen los siguientes tipos de problemáticas:
   1. <u>Calidad de un bien</u>: Es caso donde el vendedor es el agente más informado y no depende. En estos mercados, los bienes con calidades por encima de la esperada salen del mercado y esto conduce a que la buena calidad desaparezca del mercado, con lo cual se hace referencia a fenómenos de selección adversa. Para que se produzca es necesario que se presente la posibilidad de distribuir calidades y disponibilidades a pagar.
   Algunos ejemplos donde se utiliza este análisis son: los análisis de calidad de vehículos automotores de segunda mano, contratación de mano de obra que implica la falta de conocimiento de la productividad del trabajador, clientes de alto y bajo riesgo en el mercado de las compañías aseguradoras, entre otros.
   2. <u>Preferencias de los agentes consumidores</u> con relación a la función de producción de la contraparte: se presenta en bienes con derechos de propiedad sobre autoría o propiedad intelectual, tales como en medicamentos, películas, software, libros, etc. En estos mercados existe monopolio y el productor desconoce la disponibilidad a pagar del comprador, mientras que es éste potencial comprador la parte más informada para el desarrollo de la transacción. En estos mercados, existen mecanismos de revelación de la "impaciencia" del consumidor.
   3. <u>Comportamientos</u>: algunos agentes tienen capacidades normales o destacadas, pero se esmeran poco en demostrarlas o emplearlas, tales como los agentes que toman un seguro de vehículos. En estos mercados puede darse una pérdida de productividad que conduce a los modelos conocidos como de riesgo moral en los cuales se presenta información asimétrica de manera que una parte del mercado resulta perjudicada. Ejemplo típico es el mercado de los seguros, antes de contratar un seguro hay un comportamiento y después del contrato de un seguro cambia de comportamiento.

7. De acuerdo a los conceptos que se esta tratando en la Teoría de la Información Asimétrica, ¿qué es lo que permitiría el uso de estos modelos? (BÁSICO)

   Dentro de los aportes que tiene la Teoría de la Información Asimétrica están:
   - El problema de la asimetría en la información posibilita el diseño de estrategias y posiciones definidas respecto a la incertidumbre (probabilidades no objetivas percibidas por agentes) y al riesgo (probabilidades objetivas).
   - Permitirá comprender la manera como se puedan capturar las rentas de información de los agentes y así se posibilite el que sus beneficios sean competitivos y no rentísticos.
   - Permitirá que la revelación por parte de los agentes de la información que disfrutan de manera privada pueda conducir a que en las transacciones se sacrifique una parte de eficiencia económica.

8. ¿Cómo se define el concepto de "señalamiento" en la teoría de la información? (BÁSICO)

   Este concepto es estudiado como un modelo para lograr el equilibrio en mercados de competencia imperfecta, monopólico u oligopólico, en los que el mecanismo de precios ***no*** *transmite información perfecta ni determina la asignación eficiente de los insumos y del producto. En la estructura de mercados imperfectos la competencia se basa en la diferenciación continua de los bienes, en las barreras a la entrada y a la salida del mercado, en la publicidad y reputación de los productos. En ciertas condiciones, los agentes bien informados pueden mejorar los resultados del mercado si anuncian o hacen pública* *mediante señalamientos (signaling) su información privada a los menos informados. Por ejemplo, si los productores otorgan garantías que amparan a los bienes de consumo durable que ofrecen, o, en el caso de las corporaciones, mediante impuestos adicionales sobre los dividendos pagados por éstas para indicar la mayor rentabilidad de sus acciones, también las corporaciones pueden usar sus dividendos para anunciar sus beneficios. La efectividad del señalamiento depende de que su costo sea heterogéneo para cada uno de los que envían estas señales.*

9. Diga el valor de verdad de las siguientes afirmaciones en torno de la Teoría de la Información:
   I. Uno de los argumentos modernos para explicar la ineficiencia en el funcionamiento de los mercados de bienes y servicios es el problema de la disponibilidad de información entre los actores de los procesos económicos.
   II. La información económica no es un bien libre en los mercados de bienes y servicios como suponía el planteamiento clásico de microeconomía, sino que es escaso, de difícil acceso en ocasiones y por lo mismo cuesta tiempo y dinero el obtenerla por los demandantes.
   III. La disponibilidad de información no afecta de manera significativa el proceso de la adquisición de productos y servicios adecuados de buena calidad y mejor precio. (INTERMEDIO)

   a) VVV b) VFV c) FVV d) VVF e) FFF

   ***I (Verdadero)**.- Es cierto, pues, la tesis fundamental de los que argumentan esto, es que la característica esencial de las economías de mercado es la asimetría en la información disponible a los agentes económicos y por ello los problemas de ineficiencia, argumento que cuestiona lo que la microeconomía clásica hasta algunos años atrás nos decía: la información es plena y está dada. Y justamente por esta razón: "Las economías de mercado se caracterizan por un alto grado de imperfecciones" (Akerlof, Spence y Stiglitz), es que los economistas consideran que hay que retomar los conceptos de regulación, aceptando en los hechos que la "mano invisible" ha fallado y no logra responder todas las interrogantes de la economía en la actualidad.*
   ***II (Verdadero)**.- También es cierto y podemos mostrarlos a través de ejemplos de la propia realidad de la economía; el mercado de compra y venta de acciones es una demostración de lo que significa el costo de la información. Igualmente en lo que se refiere a la calidad de los bienes y servicios; también es así en cuanto a las preferencias de los agentes consumidores que modifican en forma importante el mercado, un ejemplo es en aquellos bienes con derechos de propiedad sobre autoría o propiedad intelectual, tales como los medicamentos, películas, software, libros, etc.*
   ***III (Falso)**.- Por lo dicho en las anteriores respuestas, la conclusión es que es falso que no afecte, por el contrario, es significativa la influencia de la disponibilidad de información.*

10. Consideremos un mercado de autos usados. Supongamos que la calidad de los autos se distribuye uniformemente a lo largo del intervalo [0; 1], es decir, siendo C la calidad, tenemos: $C \rightarrow U(0,1)$. Cada comprador está dispuesto a pagar p = 3/2 C por un auto de calidad C. Cada dueño de auto está dispuesto a vender su auto de calidad C por C. Ambos son neutrales al riesgo.
    Considere los siguientes casos:
    a. Información simétrica y calidad conocida
    b. Información simétrica y calidad desconocida
    c. Información asimétrica: sólo el vendedor conoce la calidad del auto.
    ¿Cuáles serían los precios para cada caso planteado? (INTERMEDIO)

a) En este caso el precio de un auto de calidad C será 3/2 C; donde comprador y vendedor estarán satisfechos de la transacción.
b) El precio de un auto es 3/2 & = ¾ C (todos los auto tienen igual precio), donde & es la variable que representa a la calidad desconocida pero cuya esperanza es & = E(C).
c) En el caso de la información asimétrica existen varias posibilidades para que el mercado se equilibre, es una característica de estos modelos, hay equilibrios múltiples; veamos las posibilidades del mercado de autos usados, bajo la condición de información asimétrica:

1. *Todos los autos deben venderse al mismo precio, puesto que los compradores no pueden distinguir los buenos de los malos vehículos.*
2. *Suponer que el precio es p. Entonces se venden sólo aquellos autos tales que C<= p; la calidad promedio de estos autos es p/2.*
3. *Pero, si la calidad promedio es p/2; la disposición a pagar es:*

$$\frac{3}{2}\left(\frac{p}{2}\right)=\frac{3}{4}p$$

1. *Al único precio en que ¾ p = p es p = 0. Por lo cual, en este caso no se transan autos.*